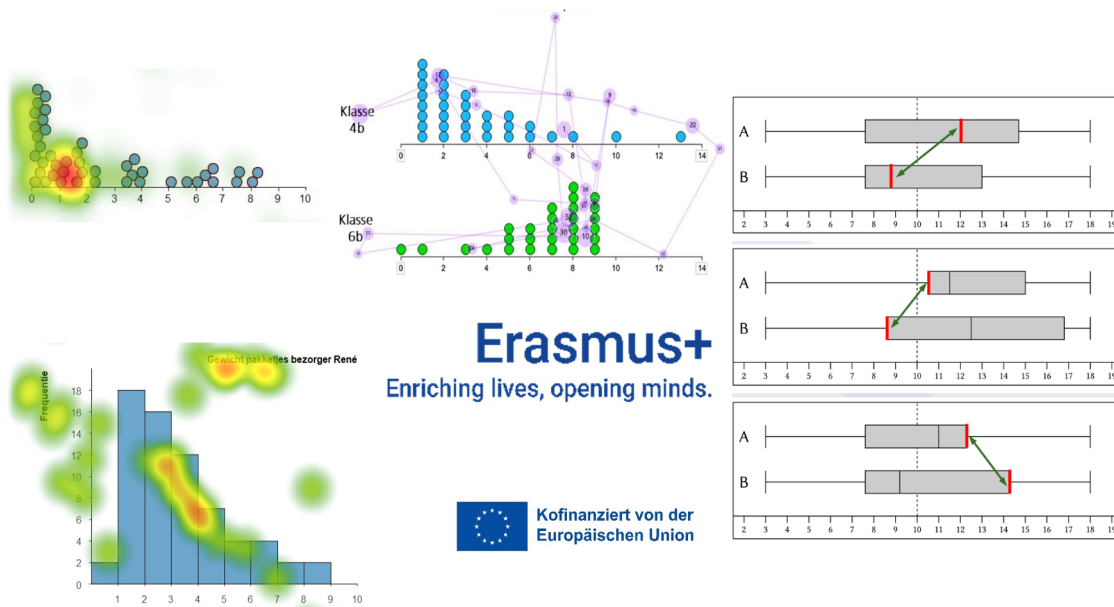


EYE-TEACH-STATS

Cursushandleiding

Een handleiding voor lerarenopleiders die de cursus geven over de interpretatie van statistische diagrammen door leerlingen via eye-tracking-vignetten.



Erasmus+-programma – Eye-Teach-Stats-project

www.eye-teach-stats.eu

Disclaimer:

Het 'Eye-teach-stats'-project (2023-1-DE03-KA220-SCH-000158223) wordt gefinancierd door de Europese Unie. De hier geuite opvattingen en meningen komen echter uitsluitend voor rekening van de auteur(s) en geven niet noodzakelijkerwijs die van de Europese Unie of het Nationaal Agentschap weer. Noch de Europese Unie, noch het Nationaal Agentschap kan ervoor aansprakelijk worden gesteld.



Inhoud

Inhoud2

4

4

4

4

6

7

7

8

9

10

12

12

12

12

13

14

14

14

14

16

16

16

17

18

19

19

19

20

21

21

21

23

23

23

24

24



25

25

25

26

27

28

28

30

30

30

30

31

32

Hoe deze handleiding te gebruiken

Deze handleiding is bedoeld voor lerarenopleiders die de Eye-Teach-Stats-cursus geven aan aankomende en zittende wiskundedocenten. De handleiding beschrijft de theoretische en pedagogische achtergrond van het cursusmateriaal en geeft praktische handvaten voor het begeleiden van de vijf modules in de cursus. In deze handleiding verwijst 'docenten' naar zowel docenten als aankomende en zittende docenten, terwijl 'leerlingen' verwijst naar de leerlingen in het basis- of voortgezet onderwijs die van deze docenten les krijgen.

Voor wie is deze handleiding bedoeld?

Deze handleiding is geschreven voor lerarenopleiders – degenen die de cursus begeleiden, discussies leiden en docenten ondersteunen bij het doorlopen van de eye-tracking-vignetten. Het is niet bedoeld als hand-out voor docenten.

Hoe is deze handleiding opgebouwd?

De handleiding is onderverdeeld in zes delen:

- **Deel 1** introduceert de cursus en de doelstellingen ervan.
- **Deel 2** biedt de theoretische achtergrond en behandelt de professionele competentie van docenten, diagnostische activiteiten, systematische fouten en de rol van eye-trackingdata.
- **Deel 3** legt de opzet van de eye-tracking-vignetten uit en hoe de leertaken erin zijn gestructureerd.
- **Deel 4** beschrijft elk van de vier soorten statistische diagrammen in de cursus, inclusief de systematische fouten van leerlingen die in de vignetten aan bod komen.
- **Deel 5** schetst de opzet van de cursus, gebaseerd op het 4C/ID-model.
- **Deel 6** biedt praktische tips voor het implementeren van de cursus, waaronder hoe face-to-face of online synchrone sessies, individueel werk en reflectieactiviteiten kunnen worden begeleid.

Hoe u deze handleiding samen met het cursusmateriaal kunt gebruiken

Deze handleiding is bedoeld om te worden gebruikt in combinatie met:

De online leeromgeving (MaMpf), waarin docenten de eye-tracking-vignetten openen en doorlopen.

De diapresentatie met lesmodules is bedoeld voor gebruik tijdens face-to-face of online synchrone sessies. Deze bevat de inleiding van de cursus, moduleoverzichten en discussiedia's die structuur bieden aan groepsgesprekken nadat de docenten de vignetten in MaMpf hebben doorgenomen. In de rest van deze handleiding worden deze 'synchrone groepssessies' genoemd.

Deze handleiding biedt lerarenopleiders de theoretische en pedagogische achtergrond van de cursus en handvaten voor het begeleiden van de sessies.

De discussiedia's in de diapresentatie voor docenten bevatten elk notities voor lerarenopleiders. Deze notities bestaan uit richtinggevende vragen afgestemd op de



specifieke vignet en het fouttype op elke dia. We raden aan om deze notities te raadplegen bij het begeleiden van groepsdiscussies. Deel 6.6 van deze handleiding beschrijft het doel van deze richtinggevende vragen en geeft voorbeelden van hoe ze kunnen worden gebruikt.



1. Inleiding

Deze cursus is bedoeld om aankomende en zittende wiskundedocenten te ondersteunen bij het omgaan met statistische (mis)interpretaties van leerlingen bij het interpreteren van diagrammen. De cursus richt zich op vier soorten diagrammen – stippendiagrammen, histogrammen, boxplots en casus-staafdiagrammen – en heeft tot doel bij te dragen aan de ontwikkeling van de statistische vakinhoudelijke kennis (content knowledge, CK) en de vakdidactische kennis (pedagogical content knowledge, PCK) van docenten.

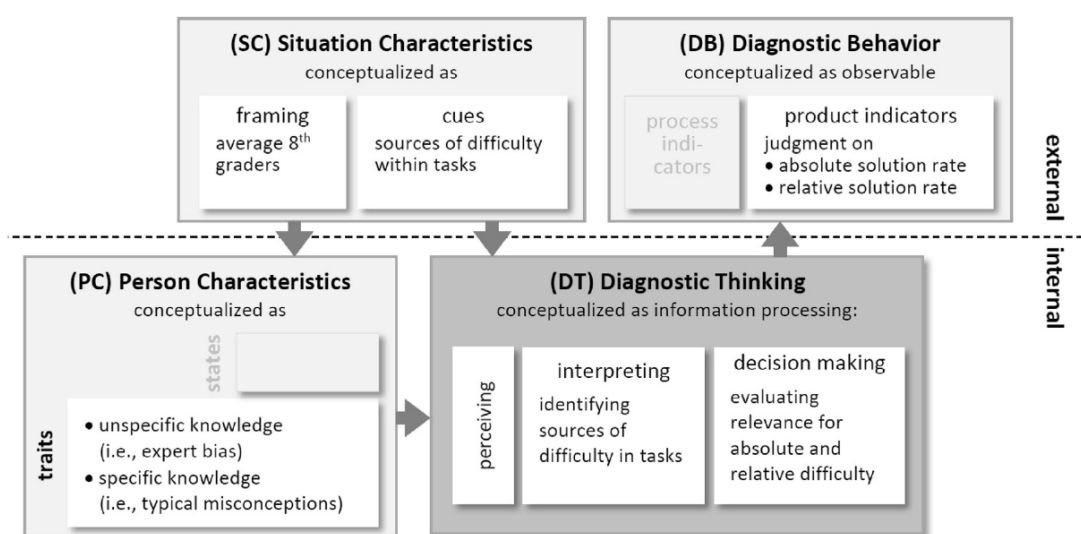
Een centraal element van de cursus is het gebruik van eye-tracking-vignetten. Deze vignetten zijn gebaseerd op onderzoek naar veelvoorkomende fouten en conceptuele moeilijkheden van leerlingen bij het interpreteren van diagrammen en worden in alle vijf de modules gebruikt (een inleiding tot eye-tracking en één module per diagramtype).

De cursus kan zowel in de lerarenopleiding als in nascholingsprogramma's worden geïmplementeerd. Deze handleiding biedt lerarenopleiders achtergrondinformatie over het cursusconcept en het lesmateriaal, evenals handvatten voor het begeleiden van docenten bij het doorlopen van de modules.

Eye-Teach-Stats is een door Erasmus+ gefinancierd internationaal project, ontwikkeld door vijf partnerinstellingen (zie 'Over het Eye-Teach-Stats-project' aan het einde van deze handleiding voor alle details).

2. Theoretische achtergrond

De theoretische achtergrond van de cursus bouwt voort op het concept professionele competentie van docenten, en dan specifiek op de diagnostische activiteiten: het herkennen van systematische fouten van leerlingen met eye-trackingdata als ondersteuning. Figuur 1 geeft een overzicht van deze competentie door te laten zien hoe diagnostische activiteiten worden beïnvloed door de kenmerken van de situatie, de kennis en overtuigingen van de docent en de volgende processen: waarnemen, interpreteren en besluitvorming. In deze cursus worden eye-tracking-vignetten gebruikt om deze processen expliciet te maken: docenten onderzoeken de antwoorden van leerlingen naast de kijkpatronen en gebruiken dit om vermoedens te vormen over de interpretaties van leerlingen van diagrammen.



Figuur 1. Overzicht van diagnostische activiteiten en de factoren die deze beïnvloeden (Loibl et al., 2020, p. 3)

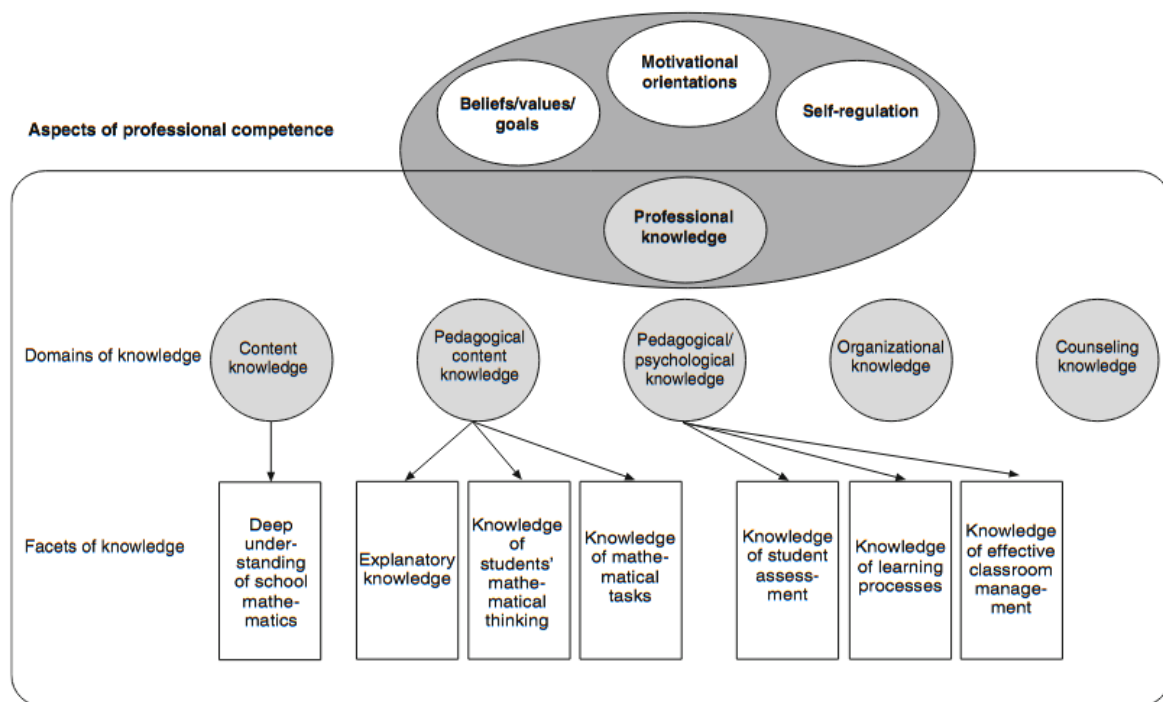
Noot. Situation characteristics (SC) = situatiekenmerken; conceptualized as = geconceptualiseerd als; framing: average 8th graders = framing: gemiddelde leerlingen in leerjaar 2; cues: sources of difficulty within tasks = aanwijzingen: bronnen van moeilijkheid in taken; diagnostic behavior (DB) = diagnostisch gedrag; observable = waarneembaar; process indicators = procesindicatoren; product indicators: judgment on absolute/relative solution rate = productindicatoren: oordeel over absolute/relatieve oplossingsgraad; external/internal = extern/intern; person characteristics (PC) = persoonskenmerken; states = toestanden; traits = eigenschappen; unspecific knowledge (i.e., expert bias) = niet-specifieke kennis (bijv. expertbias); specific knowledge (i.e., typical misconceptions) = specifieke kennis (bijv. veelvoorkomende misvattingen); diagnostic thinking (DT) = diagnostisch denken; information processing = informatieverwerking; perceiving = waarnemen; interpreting: identifying sources of difficulty in tasks = interpreteren: bronnen van moeilijkheid in taken identificeren; decision making: evaluating relevance for absolute and relative difficulty = beslissen: relevantie beoordelen voor absolute en relatieve moeilijkheid.

2.1 Professionele competentie

Figuur 2 plaatst de cursus binnen een breder model van de professionele competentie van docenten. In het COACTIV-model bestaat professionele competentie uit verschillende componenten, waaronder professionele kennis, overtuigingen, motivatie en zelfregulering. De cursus Eye-Teach-Stats richt zich met name op twee facetten van professionele kennis die

centraal staan bij het onderwijzen van statistiek: vakinhoudelijke kennis (CK) en vakdidactische kennis (PCK).

In deze context verwijst vakinhoudelijke kennis naar het begrip dat docenten hebben van de eigenschappen en interpretaties van verschillende statistische diagrammen, terwijl vakdidactische kennis verwijst naar het vermogen van docenten om de interpretaties en misinterpretaties van leerlingen te herkennen en deze te relateren aan onderliggende conceptuele moeilijkheden. Beide kennisfacetten komen gedurende de hele cursus aan bod door docenten te vragen de antwoorden van leerlingen en eye-trackingdata te analyseren in relatie tot stippendiagrammen, histogrammen, boxplots en casus-staafdiagrammen.



Figuur 2. Model van de professionele competentie van docenten (COACTIV-model). [Baumert & Kunter, 2013, p. 29]

Noot. Aspects of professional competence = aspecten van professionele competentie; beliefs/values/goals = overtuigingen/waarden/doelen; motivational orientations = motivationele oriëntaties; self-regulation = zelfregulatie; professional knowledge = professionele kennis; domains of knowledge = kennisdomeinen; facets of knowledge = kennisfacetten; content knowledge = vakinhoudelijke kennis (CK); deep understanding of school mathematics = diepgaand begrip van schoolwiskunde; pedagogical content knowledge = vakdidactische kennis (PCK); explanatory knowledge = kennis van uitleggen; knowledge of students' mathematical thinking = kennis van het wiskundig denken van leerlingen; knowledge of mathematical tasks = kennis van wiskundige taken; pedagogical/psychological knowledge = pedagogisch-psychologische kennis; knowledge of student assessment = kennis van het beoordelen van leerlingen; knowledge of learning processes = kennis van leerprocessen; knowledge of effective classroom management = kennis van effectief klassenmanagement; organizational knowledge = organisatorische kennis; counseling knowledge = begeleidingskennis.

2.2 Diagnostische activiteiten en diagnostische competentie

Diagnostische activiteiten zijn activiteiten waarbij docenten informatie over het denken van leerlingen verzamelen en interpreteren om pedagogische beslissingen te nemen. Deze

activiteiten omvatten bijvoorbeeld het luisteren naar uitleg van leerlingen, het analyseren van schriftelijk werk en het vergelijken van verschillende oplossingsstrategieën.

Vignetten worden als bijzonder geschikt beschouwd voor dergelijke diagnostische activiteiten, omdat ze de complexiteit van het redeneren van leerlingen in een concrete situatie kunnen weergeven. Eye-tracking-vignetten breiden dit idee uit door informatie toe te voegen over het visuele gedrag van leerlingen terwijl ze aan een taak werken.

De combinatie van kennis, vaardigheden, motivaties en overtuigingen van docenten die hen in staat stelt diagnostische activiteiten doelgericht uit te voeren, wordt diagnostische competentie genoemd. In de context van deze cursus richt diagnostische competentie zich op het vaststellen van hoe leerlingen diagrammen interpreteren en het herkennen van veelvoorkomende (mis) interpretaties.

2.3 Systematische fouten en onderliggende conceptuele moeilijkheden

Bij het interpreteren van diagrammen maken leerlingen vaak systematische fouten: terugkerende redeneerpatronen die bij verschillende opgaven of diagramtypen tot vergelijkbare onjuiste conclusies leiden. Systematische fouten hangen nauw samen met onderliggende conceptuele moeilijkheden. Terwijl een systematische fout beschrijft hoe een leerling onjuist redeneert bij een bepaalde weergave, weerspiegelt de conceptuele moeilijkheid wat nog niet volledig begrepen is – bijvoorbeeld het concept ‘verdeling’, de betekenis van het gemiddelde of de rol van variabiliteit (variatie, spreiding). In deze cursus worden systematische fouten bij het interpreteren van stippendiagrammen, histogrammen, boxplots en casus-staafdiagrammen gebruikt als uitgangspunten om na te denken over deze diepere conceptuele kwesties in het begrip van leerlingen.

In het voor dit project ontwikkelde werkkader is voor elk van de vier diagramtypen een volledige reeks systematische fouten geïdentificeerd door middel van een systematische literatuurreview (Heursen et al., 2025). Tabel 1 geeft een overzicht van deze systematische fouten, zoals weergegeven in de eye-tracking-vignetten, samen met korte definities.

Tabel 1. Overzicht van systematische fouten per diagramtype.

Categorie	Systematische fout	Definitie
Verwarring over de weergave en werking van diagrammen	Frequentie-waarde-verwarring	Onjuiste schatting van het gemiddelde van de frequenties in plaats van de gemiddelde waarde.
	oppervlakte-bias	Onjuiste veronderstelling dat een langere box een hogere frequentie van metingen weergeeft.
	Overgeneralisatie van de histogrambenadering	Onjuiste veronderstelling dat een casus-staafdiagram kan worden geïnterpreteerd als een histogram, op basis van vorm of balans in plaats van op individuele meetwaarden
Te veel nadruk op lokale kenmerken	Paarsgewijze vergelijking van stapels	Beoordeling op basis van het één voor één vergelijken van overeenkomstige

		stapels/staven, in plaats van op basis van de verdeling als geheel.
	Te veel nadruk op uitschieters	Beoordeling op basis van een uitschieter in plaats van op basis van de verdeling.
	Te veel nadruk op het aantal staven	Beoordeling op basis van het aantal staven in plaats van op basis van de verdeling.
	Tel-en-bereken-strategie	Staven worden één voor één verwerkt in plaats van als een verdeling, wat ertoe leidt dat er wordt gedeeld door het aantal staven in plaats van door het totale aantal datapunten.
Gebruik van een onjuiste maat voor centrummaten	Som voor gemiddelde: som van frequenties	Frequenties worden bij elkaar opgeteld om conclusies te trekken over statistische concepten of de globale dataverdeling.
	Som voor gemiddelde: som van gemeten waarden	Gegevenswaarden worden bij elkaar opgeteld — vermenigvuldigd met hun frequenties — om conclusies te trekken over de verdeling.
	mediaan-bias	Oordeel op basis van een onjuiste maat voor de centrummaten.

2.4 Eye-tracking als venster op het redeneringsproces van leerlingen

Eye-trackingtechnologie registreert en brengt de oogbewegingen van leerlingen in kaart terwijl ze aan een opdracht werken. Dit levert informatie op over waar leerlingen naar kijken, in welke volgorde en hoe lang. Dergelijk visueel gedrag kan verband houden met de strategieën die leerlingen gebruiken en de aspecten van het diagram die zij relevant achten. In deze cursus wordt eye-tracking gebruikt als aanvullende bron van informatie, naast de schriftelijke antwoorden en mondelinge uitleg van leerlingen.

In de cursus worden drie hoofdtypen visualisaties van eye-tracking gebruikt:

- **Oogbewegingsplot.** Statische afbeeldingen die de volgorde van oogbewegingen op het diagram weergeven. Fixaties worden weergegeven als stippen; hun grootte geeft aan hoe lang de leerling naar die locatie heeft gekeken. Lijnen tussen stippen (saccades) laten zien hoe de aandacht over de taak verschoof.



Figuur 3. Voorbeeld van een oogbewegingsplot.

- **Oogbewegingsvideo's.** Dynamische visualisaties die de oogbewegingen van de leerlingen in de loop van de tijd weergeven bovenop de oorspronkelijke taak, waardoor de kijkvolgorde zichtbaar wordt.
- **Hittemaps.** Kleurgecodeerde overzichten die aangeven waar leerlingen naar keken. Warmere kleuren geven gebieden aan met langere of frequentere fixaties; koelere kleuren duiden op minder aandacht.



Figuur 4. Voorbeeld van een hittemap.

Deze visualisaties maken aspecten van de visuele zoekstrategieën van leerlingen zichtbaar die in schriftelijke of mondelinge antwoorden alleen wellicht verborgen zouden blijven. In combinatie met het antwoord van de student bieden ze een rijkere basis voor het vormen en onderbouwen van vermoedens over de interpretaties van diagrammen door leerlingen en voor het identificeren van systematische fouten en onderliggende conceptuele moeilijkheden.

3. Eye-tracking-vignetten

In dit deel wordt beschreven hoe eye-tracking-vignetten in de cursus worden gedefinieerd, hoe ze als leertaken zijn gestructureerd en waarom deze vorm bijzonder geschikt is om docenten te ondersteunen bij de analyse van de diagraminterpretaties van leerlingen.

3.1 Wat zijn vignetten?

Vignetten presenteren korte, authentieke scènes uit de lespraktijk. Ze stellen docenten in staat om klassituaties nauwkeurig te onderzoeken en erover na te denken, zonder de druk om onmiddellijk te handelen. Door zich te richten op specifieke aspecten van een situatie, maken vignetten een gestructureerde, zinvolle discussie over lesgeven en leren mogelijk.

In de lerarenopleiding wiskunde worden vignetten gebruikt om theorie te koppelen aan de praktijk in de klas. Ze ondersteunen professioneel leren door docenten aan te moedigen om de reacties, redeneringen of fouten van leerlingen te analyseren en na te denken over didactische beslissingen in een veilige en gerichte omgeving. Vignetten kunnen op verschillende manieren worden ontworpen – als teksten, video's of beeldmateriaal – en kunnen uitnodigen tot open of meer gesloten antwoorden. Afhankelijk van de opdracht kunnen vignetten docenten vragen om een situatie te interpreteren, het denken van leerlingen te evalueren of na te denken over mogelijke onderliggende conceptuele moeilijkheden die leerlingen zouden kunnen hebben.

3.2 Wat zijn eye-tracking-vignetten?

In deze cursus worden eye-tracking-vignetten gebruikt als een innovatief format dat docenten ondersteunt bij het analyseren van de interpretaties van leerlingen van statistische diagrammen. Elk vignet presenteert een kort scenario waarin een leerling werkt aan een opdracht waarbij een diagram moet worden geïnterpreteerd.

Elk eye-tracking-vignet combineert:

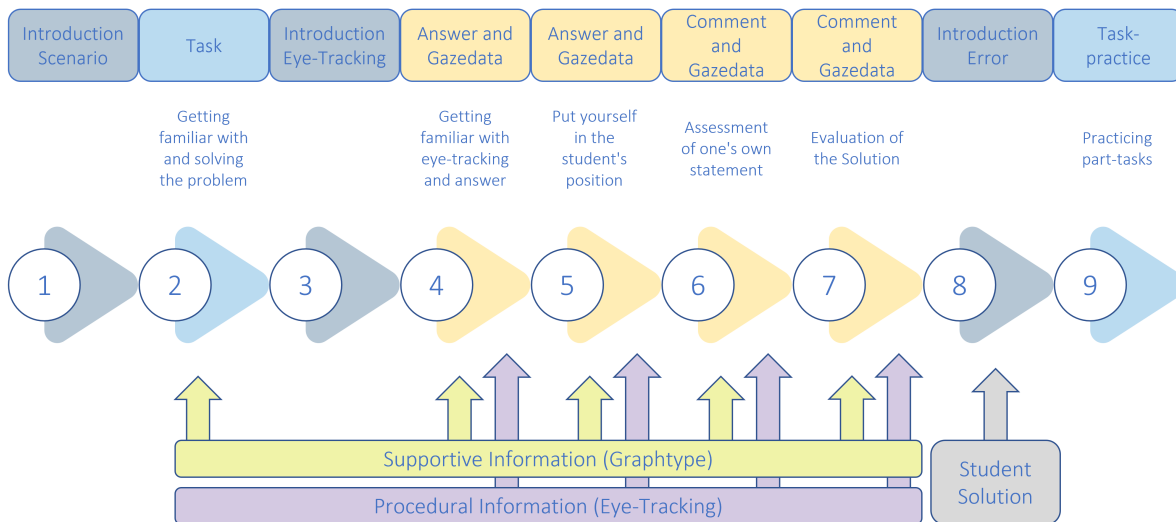
- de diagramopgave,
- het antwoord van de leerling (vaak met een korte toelichting), en
- een visualisatie van de oogbewegingen van de leerling tijdens het werken aan de opdracht.

De vignetten zijn gebaseerd op echte leerlingdata en maken systematische fouten bij het interpreteren van stippendiagrammen, histogrammen, boxplots en casus-staafdiagrammen zichtbaar. Door zowel het antwoord van de leerling als zijn of haar kijkgedrag te tonen, bieden ze inzicht niet alleen in wat de leerling concludeerde, maar ook in hoe de leerling het diagram benaderde. Elk vignet bevat richtinggevende vragen die docenten uitnodigen om de redenering van de leerling te analyseren, mogelijke systematische fouten te identificeren en deze te verbinden met het diagramtype en de context van de opdracht.

3.3 Structuur van een eye-tracking-vignet

Binnen de cursus volgt elk eye-tracking-vignet een terugkerende structuur (zie figuur 5). Het begint met de introductie van een klassenscenario en de presentatie van de oefening met statistische diagrammen. Docenten doorlopen vervolgens een reeks stappen waarin ze drie

bonnen onderzoeken: het antwoord van de leerling, de eye-trackingdata en de uitleg die de leerling achteraf gaf. Na deze reeks krijgen ze uitleg over de systematische fout en de mogelijke onderliggende conceptuele moeilijkheid, waarna ze een bijbehorende deeltaakoefening voltooien. Op relevante momenten in het vignet is ondersteunende en procedurele informatie beschikbaar. De kern van elk vignet bestaat uit de volgende stappen die de docenten doorlopen:



Figuur 5. Structuur van een eye-tracking-vignet.

Noot. Introduction scenario = introductie scenario; task = opgave; answer and gazedata = antwoord en kijkpatroon; comment and gazedata = uitleg en kijkpatroon; introduction error = introductie fout; task-practice = deeltaakoefening; supportive information = ondersteunende informatie; procedural information = procedurele informatie; student solution = oplossing van de leerling.

3.4 Diagnostisch potentieel van eye-tracking-vignetten

Eye-tracking-vignetten vormen een uitbreiding op traditionele vignetten door visuele informatie toe te voegen over hoe een leerling met een diagram omging. Dit stelt docenten in staat om:

- systematische fouten te koppelen aan specifieke kenmerken van het diagram waaraan aandacht werd besteed of die werden genegeerd;
- onderscheid te maken tussen moeilijkheden die voortkomen uit het niet opmerken van informatie en moeilijkheden die voortkomen uit het verkeerd interpreteren ervan;
- conclusies te onderbouwen aan de hand van zowel verbale als visuele aanwijzingen.

Op deze manier geven eye-tracking-vignetten docenten inzicht in aspecten van de visuele aandacht van leerlingen die normaal gesproken niet zichtbaar zijn. Zo kunnen ze bijvoorbeeld aan het licht brengen of een leerling wel aandacht heeft besteed aan relevante informatie, maar deze niet heeft gebruikt of anders heeft geïnterpreteerd dan het diagram vraagt.

4. Statistische diagrammen in de vignetten

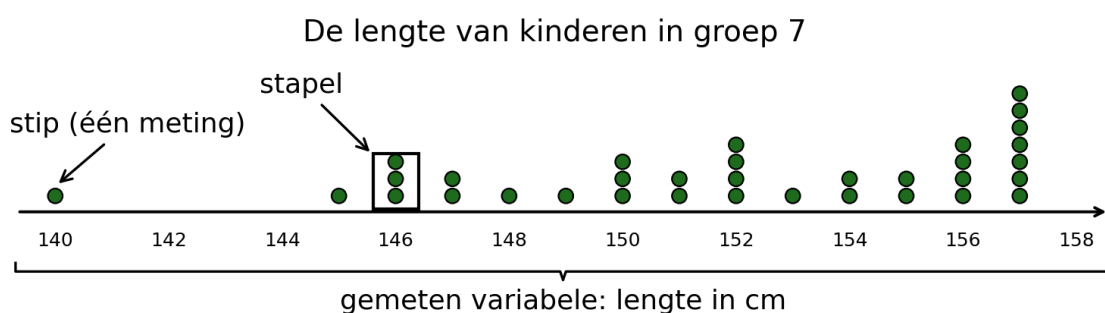
Deze cursus richt zich op vier soorten statistische diagrammen: stippendiagrammen, histogrammen, casus-staafdiagrammen en boxplots. Elk diagramtype biedt specifieke mogelijkheden om te redeneren over verdelingen en gaat gepaard met veelvoorkomende systematische fouten bij de interpretaties van leerlingen. Dit deel geeft korte beschrijvingen van de vier diagramtypen en vat de systematische fouten samen die centraal staan in de vignetten.

De eye-tracking-vignetten in deze cursus zijn ontwikkeld op basis van bevindingen uit recent onderzoek (bijv. Abt et al., 2023, 2024, 2025; Boels et al., 2019a, 2019b, 2023a, 2023b, 2024, 2025; Schreiter & Vogel, 2022, 2023a, 2023b, 2024). Deze studies hebben aangetoond dat de systematische fouten en onderliggende conceptuele moeilijkheden van leerlingen tot uiting komen in hun kijkpatronen. Hoewel in de literatuur een breder scala aan fouten wordt geïdentificeerd (samengevat in deel 2.3), richten de vignetten zich op een specifieke subset voor elk diagramtype.

4.1 Stippendiagrammen

Beschrijving

Stippendiagrammen zijn eenvoudige maar effectieve grafische weergaven die de verdeling van een dataset weergeven. Elke meting wordt weergegeven door een stip die langs één as is geplaatst. Wanneer meerdere metingen dezelfde waarde hebben, worden hun stippen verticaal verhoogd (gestapeld), waardoor de verdeling direct zichtbaar wordt. Stippendiagrammen zijn bijzonder nuttig voor kleine tot middelgrote datasets en dienen als startpunt voor datavisualisatie in het statistiekonderwijs.



Figuur 6. Voorbeeld van een stippendiagram.

Lokaal versus globaal perspectief

Een belangrijk doel bij het onderwijzen van statistiek is om leerlingen te helpen verder te kijken dan een 'lokaal perspectief' op dataverdelingen – waarbij ze zich richten op individuele metingen – en een 'globaal perspectief' te ontwikkelen waarmee ze overkoepelende trends kunnen herkennen (Schreiter & Vogel, 2023).

- **Lokaal perspectief.** Leerlingen kunnen een verdeling zien als een verzameling afzonderlijke metingen, waarbij ze zich richten op specifieke waarden en extreme

gevallen in plaats van de verdeling als geheel te beschouwen. Deze benadering kan leiden tot misvattingen over variabiliteit en centrummaten.

- **Globaal perspectief.** Een meer geavanceerd perspectief moedigt leerlingen aan om verdelingen holistisch te interpreteren, waarbij ze belangrijke statistische kenmerken identificeren, zoals het centrummaten (gemiddelde, mediaan, modus), de spreiding (bereik, interkwartielafstand, standaardafwijking) en de vorm (symmetrie, scheefheid, modaliteit). Hoewel hoe de vorm van een verdeling eruitziet afhangt van het type diagram, blijven kenmerken zoals scheefheid, modaliteit of het verloop van de staarten globale kenmerken van de onderliggende verdeling. Hoe deze kenmerken zichtbaar worden, moet daarom worden geïnterpreteerd in relatie tot het specifieke diagram.



Figuur 7. Lokale en globale perspectieven op dataverdelingen (Schreiter & Vogel, 2023).

Bij het analyseren van stippendiagrammen moeten leerlingen worden aangemoedigd om zowel globale als lokale kenmerken in ogenschouw te nemen. Door leerlingen te begeleiden bij het vergelijken van stippendiagrammen met de nadruk op beide perspectieven, kunnen docenten een dieper begrip van statistiek en kritisch denkvermogen bevorderen.

Voor stippendiagrammen richten de eye-tracking-vignetten zich op de volgende systematische fouten:

Systematische fout	Definitie
Frequentie-waarde-verwarring	Onjuiste schatting van het gemiddelde van de frequenties in plaats van de gemiddelde waarde.
Te veel nadruk op uitschieters	Beoordeling op basis van een uitschieter in plaats van op basis van de verdeling.
Paarsgewijze vergelijking van stapels	Beoordeling op basis van het één voor één vergelijken van overeenkomstige stapels of staven, in plaats van op basis van de verdeling als geheel.
Som voor gemiddelde: som van gemeten waarden	Meetwaarden worden bij elkaar opgeteld, vermenigvuldigd met hun frequenties, om conclusies te trekken over de verdeling.

4.2 Histogrammen

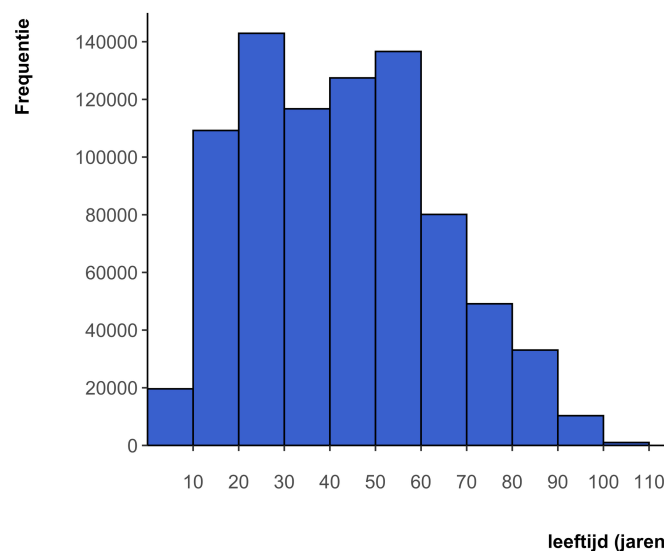
Beschrijving

Een histogram is een essentieel diagram in onderzoek, onderwijs en de dagelijkse media. Het geeft data weer met behulp van staven, waarbij elke staaf een reeks metingen (binnen een klasse) vertegenwoordigt in plaats van een enkele meting. In tegenstelling tot centrummaten die data samenvatten met één enkele waarde, laten histogrammen zien hoe de data over de verschillende intervallen (klassen) zijn verdeeld, waardoor patronen en trends gemakkelijker te herkennen zijn. Ze zijn bijzonder geschikt voor grote datasets met continue numerieke data.

Belangrijkste kenmerken van histogrammen:

- Elke staaf vertegenwoordigt een reeks metingen (binnen een klasse). De horizontale as geeft doorgaans de gemeten variabele weer; de verticale as toont de frequentie, relatieve frequentie of klassendichtheid.
- Wanneer de breedte van de klassen gelijk is, is de hoogte van de staaf gelijk aan de frequentie. Wanneer de breedte van de klassen verschilt, wordt klassendichtheid gebruikt.
- De totale relatieve frequentie bedraagt 100%, of de totale dichtheid bedraagt 1.

Ter illustratie: stel dat we de leeftijden willen visualiseren van 826.192 COVID-19-besmettingen die in 2020 in Nederland zijn gemeld (RIVM, 2022). Het zou onoverzichtelijk zijn om elke afzonderlijke meting met een aparte staaf weer te geven. Door de leeftijden te groeperen in intervallen van 10 jaar, geeft een histogram de verdeling duidelijk weer met slechts enkele staven, waardoor gemakkelijk te zien is welke leeftijdsgroepen het zwaarst zijn getroffen.

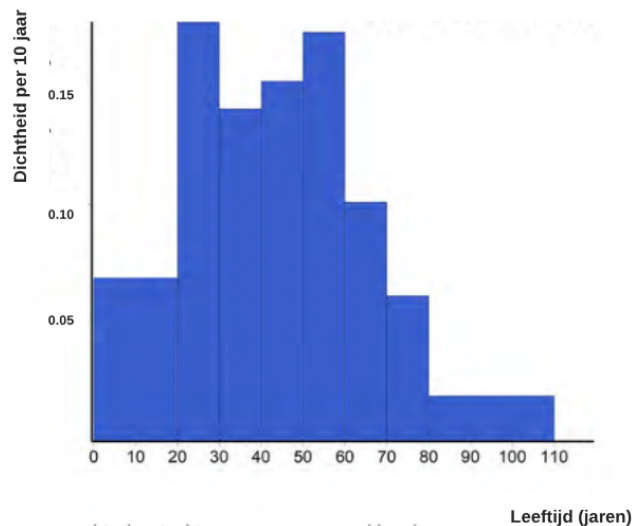


Figuur 8. Frequentiehistogram voor alle 826.192 COVID-19-besmettingen in Nederland in 2020 (Boels, 2023)

Frequentie- en dichtheidshistogrammen

Histogrammen kunnen data op twee manieren weergeven:

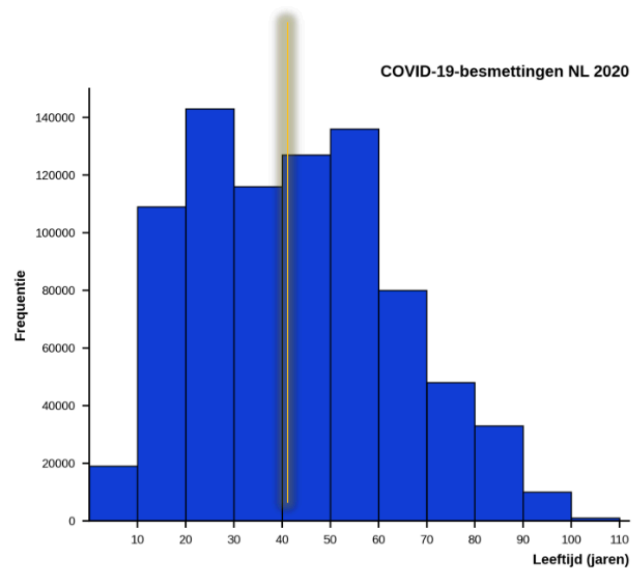
- **Frequentiehistogrammen** (Figuur 8) tonen de absolute aantallen in elk interval; dit is handig wanneer de nadruk ligt op het totale aantal metingen in elke groep.
- **Dichtheidshistogrammen** (Figuur 9) geven de dichtheid per klassenbreedte weer op de horizontale as, zodat de totale oppervlakte van alle staven samen 1 is. Dit maakt een eerlijke vergelijking mogelijk tussen datasets van verschillende omvang of met ongelijke intervalbreedtes (Freedman et al., 1978).



Figuur 9. Dichtheidshistogram voor COVID-19-besmettingen per interval van 10 jaar in Nederland in 2020 (Boels, 2023).

Het gemiddelde in een histogram

De gemiddelde leeftijd bij besmetting in het COVID-19-voorbeeld is ongeveer 43 jaar. Deze kan uit een histogram worden geschat door het middelpunt van elke klasse te vermenigvuldigen met de bijbehorende staafhoogte (frequentie), de producten bij elkaar op te tellen en te delen door het totale aantal metingen. Deze waarde kan op beide histogramtypes ook worden aangegeven als een verticale lijn op 43 op de horizontale as, die het evenwichtspunt van het diagram aangeeft.



Figuur 10. Frequentiehistogram voor COVID-19-besmettingen in Nederland in 2020, met de gemiddelde leeftijd (43 jaar) aangegeven als een verticale lijn.

Lokaal versus globaal perspectief

Net als bij stippendiagrammen is een belangrijk leerdoel dat leerlingen de overstap maken van het interpreteren van afzonderlijke staven (lokaal perspectief) naar het herkennen van de algemene vorm en dichtheid van de verdeling (globaal perspectief). Bij histogrammen is deze verschuiving bijzonder belangrijk omdat leerlingen geaggregeerde data moeten interpreteren in plaats van afzonderlijke waarden (Schreiter & Vogel, 2023; zie figuur 7 in het gedeelte over stippendiagrammen).

Voor histogrammen richten de eye-tracking-vignetten zich op de volgende systematische fouten:

Systematische fout	Definitie
Frequentie-waarde-verwarring	Onjuiste schatting van het gemiddelde van de frequenties in plaats van de gemiddelde waarde.
Som voor gemiddelde: som van frequenties	Frequenties worden bij elkaar opgeteld om conclusies te trekken over statistische concepten of de algemene dataverdeling.
Paarsgewijze vergelijking van stapels	Beoordeling op basis van het één voor één vergelijken van overeenkomstige stapels of staven, in plaats van op basis van de verdeling als geheel.
Te veel nadruk op het aantal staven	Beoordeling op basis van het aantal staven in plaats van op basis van de verdeling.

4.3 Casus-staafdiagrammen

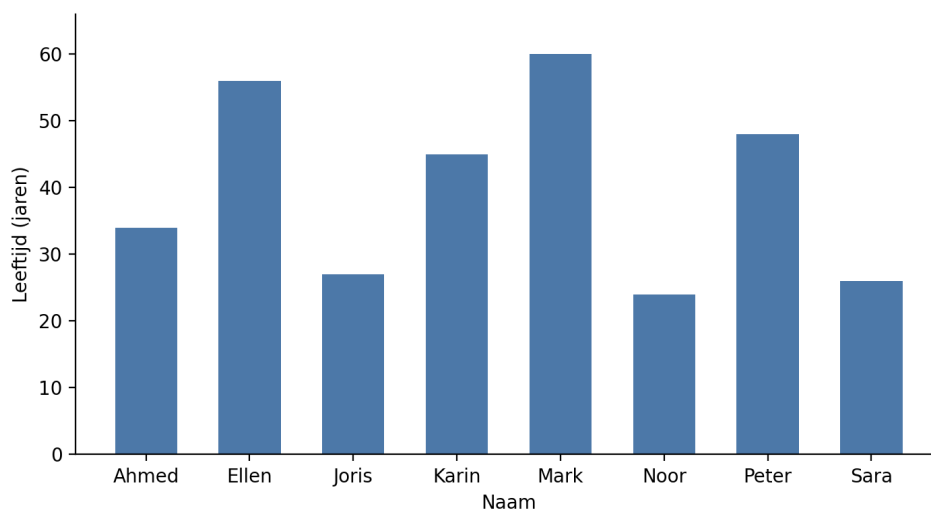
Beschrijving

Een casus-staafdiagram (CVP) is een diagram met staven waarbij de hoogte van elke staaf een afzonderlijke meetwaarde vertegenwoordigt. De horizontale as geeft nominale categorieën weer, terwijl de verticale as numerieke waarden weergeeft. Aangezien elke staaf overeenkomt met een individuele meetwaarde in plaats van met gegroepeerde frequenties, kan variatie worden waargenomen als verschillen in staafhoogtes tussen categorieën.

In tegenstelling tot histogrammen, die data in klassen groeperen om frequentieverdelingen weer te geven, richt een casus-staafdiagram zich op individuele meetwaarden. Dit maakt ze nuttig voor het visueel vergelijken van waarden tussen verschillende groepen of categorieën op basis van individuele data, in plaats van de verdelingsvorm te analyseren.

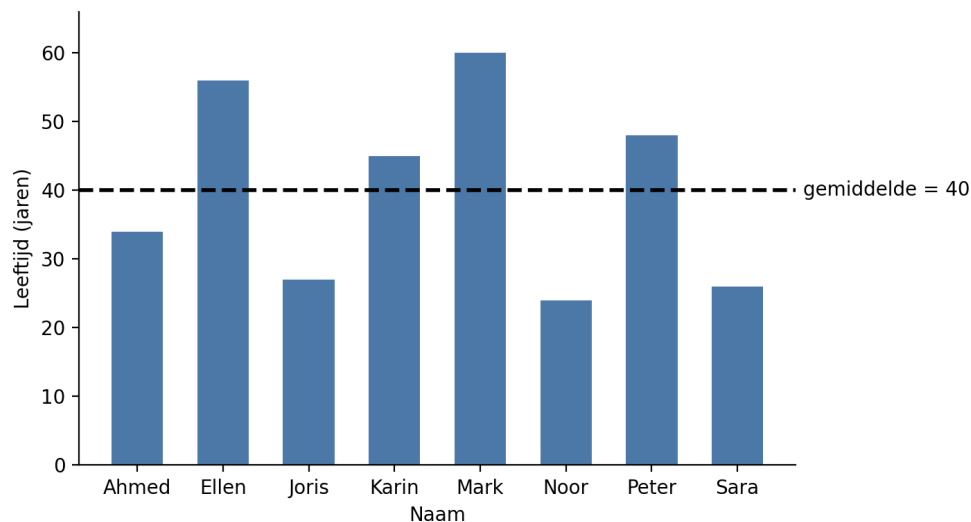
Voorbeeld: Leeftijd van docenten in een sectie

Neem het casus-staafdiagram dat de leeftijd weergeeft van de acht docenten in de wiskundesectie van een school. Elke staaf staat voor één docent. De gemiddelde leeftijd kan worden weergegeven door een horizontale lijn op 40 jaar, die de verticale as op dat getal snijdt.



Figuur 11. Leeftijd (in jaren) van de acht docenten in een wiskundesectie.

Dit voorbeeld laat zien hoe een casus-staafdiagram de gemeten waarde van elke afzonderlijke docent weergeeft, waardoor het eenvoudig is om de leeftijden van de docenten te vergelijken. De horizontale lijn op 40 geeft het gemiddelde weer van alle gemeten waarden. Leerlingen kunnen aan de hand van de hoogte van de staven visueel inschatten waar het gemiddelde ligt, door de staven als het ware even hoog te maken: wat boven de lijn uitsteekt, vult aan wat eronder ontbreekt (zie figuur 12).



Figuur 12. Leeftijd (in jaren) van de acht docenten in een wiskundesectie, met het gemiddelde als horizontale lijn.

Het onderscheid tussen casus-staafdiagrammen en histogrammen

Leerlingen verwarren casus-staafdiagrammen vaak met histogrammen, omdat beide gebruikmaken van staven. Niet elk diagram met staven is echter een histogram. De belangrijkste verschillen zijn:

- De horizontale as in een casus-staafdiagram vertegenwoordigt een nominale of ordinale variabele (bijv. de namen van de docenten in figuur 12). Een gemiddelde van namen heeft geen betekenis. In een histogram vertegenwoordigt de horizontale as een continue numerieke variabele en is het gemiddelde (bijv. een gemiddelde leeftijd van 43 jaar) een betekenisvolle waarde op die as.
- In een casus-staafdiagram is de hoogte van een staaf de gemeten waarde van één casus (bijv. de leeftijd van één docent). In een histogram is de hoogte van een staaf het aantal waarnemingen binnen een interval.
- In een casus-staafdiagram wordt het gemiddelde van de afzonderlijke gemeten waarden weergegeven als een horizontale lijn die de verticale as snijdt (bijv. bij 40 jaar). In een histogram wordt het gemiddelde weergegeven als een verticale lijn op de horizontale as.

Om de variatie in een casus-staafdiagram te beoordelen, wordt gekeken naar de verschillen in hoogte tussen de staven: hoe verder de staven boven en onder het gemiddelde uitkomen, hoe groter de variatie. In een histogram zeggen verschillen in hoogte tussen de staven iets over frequenties, niet over variatie. Daar is variatie zichtbaar in de spreiding van de data langs de horizontale as. Neem bijvoorbeeld aan dat alle acht docenten precies 40 jaar oud zijn. In het casus-staafdiagram zijn dan alle staven even hoog: er is geen variatie. Als dezelfde leeftijden in een histogram zouden worden weergegeven, zou er één hoge staaf zijn en zouden alle andere intervallen leeg zijn. Dat ziet er ongelijkmatig uit, maar ook dan is er geen variatie, omdat alle docenten dezelfde leeftijd hebben.

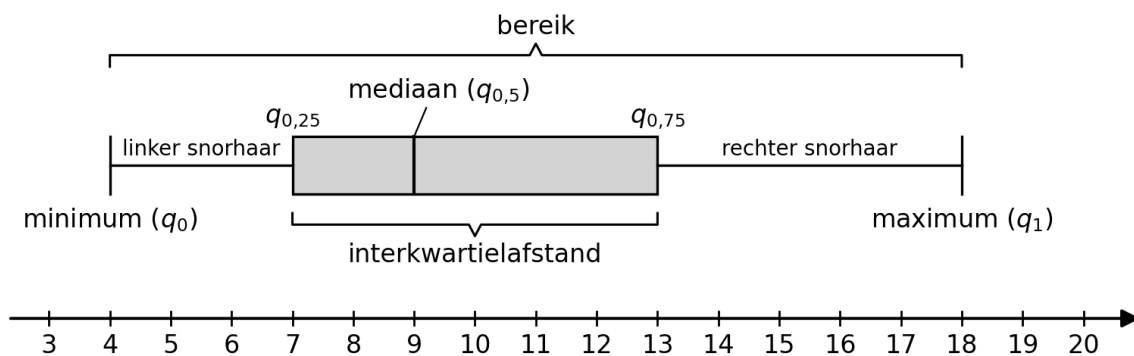
Voor casus-staafdiagrammen richten de eye-tracking-vignetten zich op de volgende systematische fouten:

Systematische fout	Definitie
Overgeneralisatie van de histogrambenadering	Onjuiste veronderstelling dat een casus-staafdiagram kan worden geïnterpreteerd als een histogram, op basis van vorm of balans in plaats van op individuele meetwaarden.
Paarsgewijze vergelijking van stapels	Beoordeling op basis van het één voor één vergelijken van overeenkomstige stapels of staven, in plaats van op basis van de verdeling als geheel.

4.4 Boxplots

Beschrijving

Een boxplot is een grafische weergave van de verdeling van een kwantitatieve variabele, waarin belangrijke statistische maatstaven zoals de mediaan, het bereik en de interkwartielbereik (IQR) worden weergegeven. Het is met name nuttig om verdelingen snel te vergelijken. De boxplot bestaat uit een rechthoek (de "box") die de middelste 50% van de data weergeeft, tussen het eerste (onderste) en derde (bovenste) kwartiel. De mediaan, aangegeven binnen de box, verdeelt de data in twee nagenoeg gelijke delen. Vanaf de box lopen twee lijnen, de snorharen of 'whiskers', de ene van het onderste kwartiel naar het minimum en de andere van het bovenste kwartiel naar het maximum (Figuur 13).



Figuur 13. De boxplotweergave met belangrijke statistische maatstaven (Abt et al., 2025).

Een opvallend kenmerk van de boxplot is dat de weergave centrummaten (zoals de mediaan) en variabiliteit (bereik en IQR) in één diagram weergeeft, waardoor verdelingen snel kunnen worden vergeleken. De boxplot kan echter lastig te interpreteren zijn, omdat deze meerdere statistische maten samenvat in één enkele visualisatie (Bakker et al., 2004).

Conceptuele kennis over variabiliteit verwerven

Leerlingen moeten de oppervlakte van de box interpreteren als een maat voor variabiliteit. In de klas ligt de nadruk echter vaak op procedurele vaardigheden, zoals het tekenen van de boxplot, zonder dat er een fundamenteel concept van variabiliteit wordt ontwikkeld (Edwards

et al., 2017). Dit is een gemiste kans, omdat de boxplot bij uitstek geschikt is om een eerste conceptueel inzicht in variabiliteit te ontwikkelen. Het van variabiliteit als afwijking van een centrummaat (bijv. standaardafwijking als afwijking van het gemiddelde) koppelt variabiliteit aan de centrummaat en verhoogt de cognitieve belasting doordat leerlingen meerdere concepten tegelijk moeten verwerken. Het begrijpen van variabiliteit als afstand tussen grenzen (bijv. bereik, interkwartielafstand) is daarentegen eenvoudiger en intuïtiever.

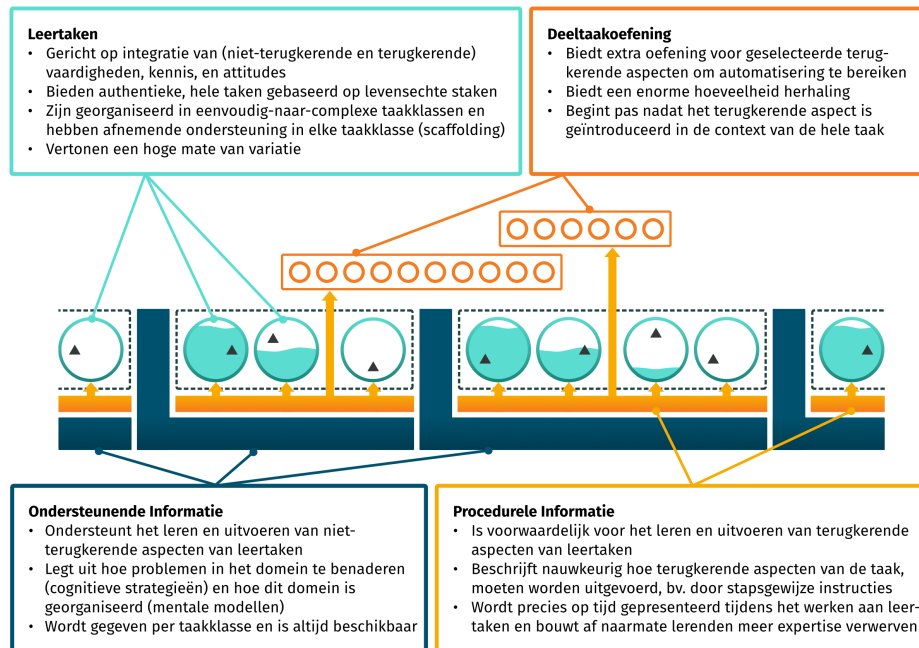
De boxplot is ideaal om deze benadering te onderwijzen, omdat deze de interkwartielafstand (boxgebied) koppelt aan het bekende bereik en beide maatstaven integreert in een gemeenschappelijk begrip van variabiliteit als afstand tussen grenzen (Abt et al., 2024). Wanneer docenten zich richten op conceptueel begrip, in plaats van procedurele kennis, interpreteren leerlingen boxplots niet alleen nauwkeuriger, maar verwerven ze ook conceptueel begrip over variabiliteit; één van de twee kernbegrippen in de statistiek, naast het concept 'centrum'.

Voor boxplots richten de eye-tracking-vignetten zich op de volgende systematische fouten:

Systematische fout	Definitie
mediaan-bias	Oordeel op basis van een onjuiste maat voor centrummaten.
oppervlakte-bias	Onjuiste veronderstelling dat een langere box een hogere frequentie van metingen weergeeft.

5. Instructieontwerp van de cursus (4C/ID)

De eye-tracking-vignetten in de cursus zijn ontworpen met behulp van het Four-Component Instructional Design (4C/ID)-model. Het 4C/ID-model is ontwikkeld als leidraad voor het ontwerpen van onderwijsprogramma's die gericht zijn op het aanleren van complexe vaardigheden of professionele competenties (Van Merriënboer et al., 2002; Van Merriënboer & Kirschner, 2018). Het onderscheidt vier belangrijke componenten: leertaken, ondersteunende informatie, procedurele informatie en deeltaakoefening.



Figuur 14. Grafisch overzicht van het 4C/ID-model

Noot. Een grafisch overzicht van de vier componenten: (a) leertaken, (b) ondersteunende informatie, (c) procedurele informatie en (d) deeltaakoefening, door Jeroen J. G. van Merriënboer, 2020, <https://www.4cid.org>. CC BY-SA 4.0.

Hieronder wordt elke 4C/ID-component beschreven in relatie tot het ontwerp van de eye-tracking-vignetten.

5.1 Leertaken

In elk vignet legt de docenten een realistische klassensituatie voor waarin het interpreteren van statistische diagrammen centraal staat: stippendiagrammen, histogrammen, boxplots en casus-staafdiagrammen. De vignetten zijn zo ontworpen dat ze het soort leerlingredeneringen laten zien dat docenten in hun eigen praktijk ook tegenkomen.

5.2 Ondersteunende informatie

Elk vignet gaat vergezeld van vakinhoudelijke kennis over de interpretatie van statistische diagrammen. Dit omvat:

- definities en doelen van de vier diagramtypen;



- voorbeelden die laten zien hoe elk diagramtype in de context kan worden geïnterpreteerd;
- korte uitleg over de belangrijkste kenmerken van elk diagram en de aandachtspunten bij het lezen ervan.

Deze informatie helpt docenten om relevante kennis te activeren terwijl ze aan de eye-tracking-vignetten werken.

5.3 Procedurele informatie

Docenten maken kennis met verschillende soorten eye-trackingvisualisaties – oogbewegingsvideo's, hittemaps en oogbewegingsplots – als procedurele informatie. Beschrijvingen van deze visualisaties worden precies op het juiste moment aangeboden: wanneer eye-trackingvisualisaties in een vignet verschijnen, kunnen docenten via een knop de relevante uitleg raadplegen. Dit ontwerp biedt begeleiding precies wanneer die nodig is, zonder docenten vooraf te belasten.

5.4 Deeltaakoefening

Aan het einde van elk vignet voeren docenten een deeltaakoefening uit die zich richt op een belangrijke deelvaardigheid die verband houdt met de behandelde systematische fout. Deze deeltaakoefeningen omvatten doorgaans:

- het analyseren van kijkpatronen op basis van eye-trackingdata;
- het identificeren van de systematische fout die in het vignet zichtbaar is;
- nadenken over de vraag of dezelfde fout zich in een andere context zou kunnen voordoen bij gebruik van hetzelfde diagramtype.

Deze korte deeltaakoefeningen helpen docenten om kernvaardigheden te verstevigen en ondersteunen de toepassing van deze vaardigheden in echte klassituaties.

6. De cursus implementeren

Dit deel biedt lerarenopleiders handvatten voor de uitvoering van de cursus in verschillende onderwijssituaties. Het beschrijft mogelijke formats, de aanbevolen volgorde van activiteiten, de rol van synchroon groeps- en individueel werk en manieren om het redeneringsproces van docenten te ondersteunen tijdens het werken met de eye-tracking-vignetten.

6.1 Uitvoeringsvormen

De cursus is opgedeeld in vijf modules. Na de inleiding in eye-tracking volgen vier modules, elk over één diagramtype: stippendiagrammen, histogrammen, casus-staafdiagrammen en boxplots. De cursus is geschikt voor zowel de lerarenopleiding als de nascholing van zittende docenten.

Een blended learning formaat wordt aanbevolen. In dit formaat worden synchrone groepssessies gecombineerd met online, individueel werk in MaMpf. Synchrone groepssessies kunnen worden gebruikt om de opzet van de cursus toe te lichten, een gedeeld begrippenkader op te bouwen en gekozen vignetten gezamenlijk te bespreken onder begeleiding van de lerarenopleider. Individueel werk in MaMpf stelt docenten in staat om de eye-tracking-vignetten en bijbehorende taken tussen de sessies door in hun eigen tempo af te ronden.

De cursus kan op verschillende manieren worden geïmplementeerd, afhankelijk van de lokale context. Lerarenopleiders kunnen de cursus bijvoorbeeld gebruiken:

- als een volledige cursus waarin alle vijf modules achtereenvolgens worden doorlopen;
- als onderdeel van een bestaande cursus over statistiek of wiskundendidactiek;
- als een korte naschooling;
- als maatwerkprogramma met een selectie van modules of vignetten die passen bij een specifiek leerdoel.

De exacte planning kan worden aangepast aan de beschikbare tijd en de behoeften van de docenten. Het is echter belangrijk dat docenten tussen de sessies voldoende tijd hebben om zelf met de vignetten aan de slag te gaan, hun eigen interpretaties te formuleren en zo nodig het ondersteunend materiaal nog eens door te nemen. Docenten hebben gemiddeld 15 tot 30 minuten nodig om één vignet te doorlopen.

6.2 Aanbevolen volgorde van de cursus

Hoewel de cursus flexibel kan worden aangepast, wordt een vaste volgorde aanbevolen zodata docenten stap voor stap leren analyseren hoe leerlingen diagrammen interpreteren. De cursus begint met een inleidende sessie, die de lerarenopleider leidt aan de hand van dia's 1–10 uit de presentatie 'Lesmodules'. Deze sessie start met een vraag die nieuwsgierig maakt, introduceert eye-tracking-vignetten en laat docenten kennismaken met MaMpf. Na de inleidende sessie volgt elke module dezelfde basiscyclus:

- **Inleiding tot de module.** De lerarenopleider geeft in een synchrone groepsessie een korte inleiding op het diagramtype en de invalshoek van de module, aan de hand van de relevante dia's uit de presentatie 'Lesmodules'.
- **Individueel werk in MaMpf.** Docenten werken individueel aan de eye-tracking-vignetten en de bijbehorende opdrachten. Ze analyseren de antwoorden en kijkpatronen van de leerlingen, formuleren vermoedens over hun aanpak en brengen mogelijke systematische fouten en onderliggende conceptuele moeilijkheden in kaart.
- **Synchrone groepsdiscussie.** Na het individuele werk komen de docenten bijeen om geselecteerde vignetten te bespreken. De docentopleider gebruikt de discussiedia's uit de 'Onderwijs Modules'-presentatie om het gesprek te structureren.
- **Reflectie en toepassing.** Docenten reflecteren op wat de analyse van de vignetten onthult over de interpretaties van leerlingen van statistische diagrammen en hoe deze inzichten hun eigen onderwijspraktijk kunnen verrijken.

De volgorde van synchrone groepsessies en individueel werk kan ook variëren. Elke module kan worden geïntroduceerd in een speciale synchrone groepsessie, gevolgd door individueel werk in MaMpf en een groepsdiscussie in de volgende sessie. Een andere mogelijkheid is dat docenten eerst meerdere of alle modules zelfstandig in MaMpf doorlopen en vervolgens samenkomen voor een reeks groepsdiscussies.

Wanneer de tijd beperkt is, kunnen lerarenopleiders ook afzonderlijke vignetten uit verschillende modules selecteren en deze combineren rond een gemeenschappelijk analytisch aandachtspunt. Zo kunnen bijvoorbeeld vignetten met een vergelijkbare systematische fout in twee verschillende diagramtypen gezamenlijk worden besproken om vergelijking en overdracht te ondersteunen.

6.3 Synchrone groepsessies faciliteren

Synchrone groepsessies dienen om de opzet van de cursus toe te lichten, een gedeeld begrippenkader op te bouwen en gekozen vignetten gezamenlijk te bespreken onder begeleiding van de lerarenopleider om het soort redeneren te demonstreren dat in de cursus wordt verwacht. Deze sessies worden gestructureerd aan de hand van de diapresentatie 'Lesmodules'.

Gebruikelijke doelen van synchrone groepsessies zijn onder andere:

- het doel en de opzet van de cursus toe te lichten en koppelen aan de eigen onderwijspraktijk van de docenten;
- kernbegrippen introduceren zoals systematische fouten en de rol van eye-trackingdata bij het begrijpen hoe leerlingen diagrammen interpreteren;
- de docenten vertrouwd maken met de opzet van de vignetten en de eye-trackingvisualisaties in MaMpf;
- laten zien hoe vermoedens kunt formuleren over de aanpak van leerlingen;
- docenten ondersteunen bij het onderbouwen van hun interpretaties aan de hand van informatie uit reacties van leerlingen, kenmerken van de opdracht en eye-trackingvisualisaties.

Tijdens discussies kunnen lerarenopleiders docenten aanmoedigen om hun redenering te verwoorden en expliciet te verwijzen wat ze zien in het diagram. Ze kunnen bijvoorbeeld vragen: *“Welk aspect van het diagram, het antwoord van de leerling of het kijkpatroon ondersteunt deze interpretatie?”*

Het doel is niet per se om tot één enkel juist antwoord te komen. Het gaat er veeleer om het vermogen van docenten te ontwikkelen om hun interpretaties te baseren en te onderbouwen met concrete aanwijzingen en zorgvuldig te redeneren over mogelijke verbanden tussen het waarneembare gedrag van leerlingen en hun onderliggende conceptuele moeilijkheden.

De theoretische kaders die in deze handleiding worden gepresenteerd, kunnen als uitgangspunt voor discussie dienen. Lerarenopleiders kunnen docenten bijvoorbeeld vragen na te gaan of een waargenomen antwoord duidt op een systematische fout, een onderliggende conceptuele moeilijkheid of beide. Evenzo kan het onderscheid tussen lokale en globale perspectieven op diagraminterpretatie docenten helpen te bespreken waar leerlingen op letten bij het interpreteren van statistische diagrammen.

6.4 Samen een eerste vignet doorlopen

Voordat docenten zelfstandig aan de slag gaan in MaMpf, wordt aanbevolen om samen één vignet door te nemen in een synchrone groepsessie. Dit helpt docenten de vignetopzet te begrijpen en geeft een voorbeeld van het redeneerproces dat gedurende de hele cursus wordt verwacht.

Een geschikt startpunt is een voorbeeldvignette die in MaMpf beschikbaar is. Tijdens de gezamenlijke sessie kunnen lerarenopleiders de docenten door elke stap van de vignettestructuur leiden, zoals beschreven in deel 3.3. Dit kan het volgende omvatten:

- het zelf oplossen van de statistische opgave;
- het onderzoeken van het antwoord van de leerling;
- het kijkpatroon van de leerling analyseren;
- het formuleren van een vermoeden over de aanpak van de leerling;
- deze vermoeden vergelijken met de uitleg van de leerling;
- het identificeren van mogelijke systematische fouten en onderliggende conceptuele moeilijkheden.

Deze gezamenlijke analyse wordt gebruikt om het redeneringsproces expliciet te maken. Lerarenopleiders kunnen hardop nadenken, docenten vragen hun interpretaties te onderbouwen en laten zien hoe verschillende informatiebronnen kunnen worden gecombineerd.

Na het doorlopen van het vignet kan de bijbehorende discussiedia in de Lesmodules-presentatie worden gebruikt om een korte groepsreflectie te structureren, voordat de docenten zelfstandig verdergaan in MaMpf.

6.5 Begeleiding van individueel werk in MaMpf

In het individuele deel van de cursus werken de docenten met de eye-trackingvignetten in MaMpf. MaMpf is een leeromgeving waarin de docenten de eye-trackingvignetten doorlopen. Lerarenopleiders kunnen dit proces ondersteunen door:

- aangeven welke vignetten bij elke module horen;
- duidelijk te maken welke vignetten de docenten moeten voltooien vóór de volgende synchrone groepsbijeenkomst;
- algemene begeleiding te bieden bij de aanpak van de vignetten;
- docenten aan te moedigen vermoedens te formuleren en te verfijnen over de aanpak van leerlingen;
- de docenten te vragen om de argumenten te noteren die ze gebruiken bij het identificeren van systematische fouten en onderliggende conceptuele moeilijkheden.

6.6 Discussiedia's, richtinggevende vragen en reflectie

Elke module in de presentatie 'Lesmodules' bevat een of meer discussiedia's. Deze dia's zijn bedoeld voor gebruik tijdens synchrone groepssessies, nadat de docenten de eye-trackingvignetten in MaMpf hebben doorlopen. Ze zijn niet bedoeld als afzonderlijke theoretische input, maar als hulpmiddelen voor het structureren van gezamenlijk redeneren en reflecteren.

De discussiedia's bevatten elk notities voor lerarenopleiders, die toegankelijk zijn in het notitievenster van de dia's. Deze notities bevatten suggesties voor vragen die zijn afgestemd op het specifieke vignet en de systematische fout die in die dia aan de orde komt. De vragen zijn per module gedifferentieerd om ervoor te zorgen dat de discussies in de loop van het programma een breed scala aan aspecten behandelen.

De voorgestelde vragen kunnen verschillende doelen dienen, afhankelijk van de module en de discussiedia:

- **De fout doorgronden.** Sommige vragen nodigen docenten om te beschrijven wat de systematische fout inhoudt, wat die zegt over het begrip van de leerling en waarin die verschilt van verwante fouten.
- **Het interpreteren van kijkpatronen.** Sommige vragen richten zich op de eye-trackingdata: wat specifieke oogbewegingspatronen aangeven en hoe visueel gedrag kan worden gebruikt om een vermoeden over de aanpak van een leerling te ondersteunen of te verfijnen.
- **Vergelijking tussen diagramtypen.** Sommige vragen nodigen docenten uit om na te denken over hoe dezelfde of vergelijkbare fouten in verschillende diagramtypen kunnen voorkomen, wat de overdracht van de in de cursus ontwikkelde diagnostische vaardigheden ondersteunt.
- **Koppeling aan de lespraktijk.** Sommige vragen nodigen docenten uit om na te denken over wat een waargenomen fout betekent voor hun eigen lespraktijk: wat ze aan een leerling zouden vragen, hoe ze een vervolgo opdracht zouden kunnen ontwerpen, of wat de fout suggereert over de prioriteiten in het onderwijs.

Voorbeelden van begeleidende vragen uit de cursus zijn onder meer:

- Wat zegt deze fout over het begrip van de leerling van frequentie en meetwaarden?
- Hoe helpt het kijkpatroon je om deze fout te onderscheiden van een willekeurige fout?
- Waarin verschilt de fout 'som van frequenties' van de verwarring tussen frequentie en meetwaarde? Wat zegt dit over het begrip van de leerling?
- Wat zou je kunnen afleiden over wat een leerling begrijpt als hij of zij deze fout bij deze opdracht zou maken?
- Waarin komt de aanpak van de leerling overeen bij twee verschillende diagramtypen?

Niet al deze aspecten hoeven in elke discussie aan bod te komen. Lerarenopleiders kunnen de begeleidende vragen selecteren die het meest relevant zijn voor de focus van de huidige sessie, de gekozen vignetten en de fase waarin de docenten zich in de cursus bevinden; bijvoorbeeld door in eerdere sessies de nadruk te leggen op het doorgronden van fouten en in latere sessies een verband te leggen met de lespraktijk.

Reflectie hoeft niet beperkt te blijven tot de discussiedia's. Op verschillende momenten in de cursus kunnen verschillende aspecten worden benadrukt, en lerarenopleiders kunnen docenten aanmoedigen om hun observaties te koppelen aan belangrijke statistische concepten zoals verdeling, centrum, variabiliteit, frequentie en data. Nadat docenten een of meer modules hebben afgerond, kan deze reflectie worden uitgebreid via vervolgactiviteiten, zoals:

- het identificeren van terugkerende patronen in het redeneren van leerlingen in verschillende vignetten;
- bespreken hoe de waargenomen patronen verband houden met de eigen onderwijservaringen van de docenten;
- het formuleren van mogelijke reacties van docenten op de interpretatie van een leerling;
- het ontwerpen van een vervolgopdracht die zou kunnen helpen bij het aanpakken van een waargenomen moeilijkheid met een statistisch concept;
- nadenken over hoe de eye-trackingdata de interpretaties van de docenten hebben veranderd, bevestigd of verfijnd.

Op deze manier ondersteunt de cursus niet alleen de analyse van specifieke vignetten, maar ook de ontwikkeling van een breder perspectief op hoe leerlingen omgaan met statistische diagrammen. Het doel is dat docenten dit inzicht kunnen toepassen in hun eigen lespraktijk bij het herkennen van en reageren op de statistische interpretaties van leerlingen.

Projectinformatie en credits

1. Over het Eye-Teach-Stats-project

Eye-Teach-Stats is een Erasmus+-project (2023-1-DE03-KA220-SCH-000158223) dat aankomende en zittende wiskundedocenten ondersteunt bij het herkennen van en reageren op systematische fouten van leerlingen bij de interpretatie van statistische diagrammen.

Doel: Aankomende en zittende docenten ondersteunen bij het (verder) ontwikkelen van hun statistische vakdidactische kennis (pedagogical content knowledge, PCK) en vakinhoudelijke kennis (content knowledge, CK) die nodig is om leerlingen voor te bereiden op een rol als datageletterde burgers. Dit gebeurt door mogelijkheden te bieden om (1) statistische (mis)interpretaties van leerlingen te diagnosticeren, (2) deze aan te pakken en (3) hun eigen moeilijkheden met statistische concepten te overwinnen.

Doelgroep: Aankomende en zittende wiskundedocenten, evenals de lerarenopleiders die hen opleiden

Opzet: De cursus bestaat uit vijf modules met informatie en lesmateriaal over: eye-tracking, stippendiagrammen, histogrammen, casus-staafdiagrammen en boxplots — aangeboden in het Engels, Duits en Nederlands.

Looptijd: 1 september 2023 – 31 augustus 2026

Meer informatie: www.eye-teach-stats.eu

2. Projectpartners



3. Auteurs

Het lesmateriaal voor de cursus Eye-Teach-Stats is gezamenlijk ontwikkeld door leden van het projectconsortium:

- **Pädagogische Hochschule Heidelberg:** Markus Vogel en Aylene Heursen
- **Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd:** Saskia Schreiter
- **Hogeschool Utrecht:** Lonneke Boels, Vuslat Şeker en Anita Alexander
- **KU Leuven:** Wim Van Dooren
- **Pädagogische Hochschule Freiburg:** Martin Abt en Frank Reinhold

4. Financiering, disclaimer en licentie

Het 'Eye-teach-stats'-project (2023-1-DE03-KA220-SCH-000158223) wordt gefinancierd door de Europese Unie. De hier geuite opvattingen en meningen komen echter uitsluitend voor rekening van de auteur(s) en geven niet noodzakelijkerwijs die van de Europese Unie of het Nationaal Agentschap weer. Noch de Europese Unie, noch het Nationaal Agentschap kan ervoor aansprakelijk worden gesteld.



Medegefinancierd door
de Europese Unie

Erasmus+
Levens verrijken, horizons verbreden.

Cursushandleiding © 2026 door het Eye-Teach-Stats-project is gelicentieerd onder CC BY-SA 4.0. Ga naar creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/ om een kopie van deze licentie te bekijken



Materiaal van derden: Sommige afbeeldingen en ander materiaal in deze handleiding zijn overgenomen of aangepast uit externe bronnen en blijven onderworpen aan de oorspronkelijke licentievoorwaarden. Figuur 14 is bijvoorbeeld een bewerking van een grafisch overzicht van het 4C/ID-model, gepubliceerd op 4cid.org en onder de CC BY-SA 4.0-licentie. Volledige bron- en licentie-informatie is te vinden in de bijschriften bij de betreffende figuren en in de referentielijst.

Referenties

Abt, M., Reinhold, F., & Van Dooren, W. (2023). Revealing cognitive processes when comparing box plots using eye-tracking data—A pilot study. In M. Ayalon, B. Koichu, R. Leikin, L. Rubel, & M. Tabach (Eds.), *Proceedings of the 46th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 11–18). PME.

Abt, M., Leuders, T., Loibl, K., Strohmaier, A. R., Van Dooren, W., & Reinhold, F. (2024). How can eye-tracking data be used to understand cognitive processes when comparing data sets with box plots? *Frontiers in Education*, 9, Article 1425663. <https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1425663>

Abt, M., Loibl, K., Leuders, T., Van Dooren, W., & Reinhold, F. (2025). Understanding student errors in comparing data sets with boxplots. *Educational Studies in Mathematics*, 120, 169–193. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10387-z>

Baumert, J., & Kunter, M. (2013). The COACTIV model of teachers' professional competence. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Eds.), *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers* (Mathematics Teacher Education, Vol. 8, pp. 25–48). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5149-5_2

Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64–83.

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2004). Should young students learn about box plots? In G. Burrill & M. Camden (Eds.), *Curricular development in statistics education: International Association for Statistical Education 2004 Roundtable* (pp. 163–173). International Statistical Institute. https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt04/4.2_Bakker_et_al.pdf

Boels, L. B. M. M. (2023). *Histograms: An educational eye* [Doctoral dissertation, Utrecht University]. Utrecht University Repository. <https://doi.org/10.33540/1867>

Boels, L., Bakker, A., & Drijvers, P. (2019a). Eye tracking secondary school students' strategies when interpreting statistical graphs. In M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien, & P. Vale (Eds.), *Proceedings of the Forty-Third Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 113–120). PME. <https://www.ig-pme.org/wp-content/uploads/2019/07/PME43-proceedings.zip>

Boels, L., Bakker, A., & Drijvers, P. (2019b). Unravelling teachers' strategies when interpreting histograms: An eye-tracking study. In U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 888–895). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University, and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02411575/document>

Boels, L., Lyford, A., Bakker, A., & Drijvers, P. (2023a). Assessing students' interpretations of histograms before and after interpreting dotplots: A gaze-based machine learning analysis. *Frontline Learning Research*, 11(2), 1–30. <https://doi.org/10.14786/flr.v11i2.1139>

Boels, L., & Van Dooren, W. (2023b). Secondary school students interpreting and comparing dotplots: An eye-tracking study. In M. Ayalon, B. Koichu, R. Leikin, L. Rubel & M. Tabach (Eds.). *Proceedings of the 46th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, (pp. 123–130). PME. Haifa, Israel. https://www.researchgate.net/publication/372448356_Secondary_school_students_interpreting_and_comparing_dotplots_An_eye-tracking_study

Boels, L., Bakker, A., Van Dooren, W., & Drijvers, P. (2025). Secondary school students' strategies when interpreting histograms and case-value plots: An eye-tracking study. *Educational Studies in Mathematics*, 118(3), 479–503. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10351-3>

Edwards, T. G., Özgün-Koca, A., & Barr, J. (2017). Interpretations of boxplots: Helping middle school students to think outside the box. *Journal of Statistics Education*, 25(1), 21–28. <https://doi.org/10.1080/10691898.2017.1288556>

Freedman, D., Pisani, R., & Purves, R. (1978). *Statistics*. W. W. Norton & Co.

Heursen, A., Seker, V., Alexander, A., Van Dooren, W., Schreiter, S., Reinhold, F., Boels, L., Abt, M., & Vogel, M. (2025). Systematic Errors When Interpreting Statistical Graphs – a Systematic Literature Review. In C. Cornejo, P. Felmer, D. M. Gómez, P. Dertnell, P. Araya, A. Peri, & V. Randolph (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Research Reports* (Vol. 1). PME.

Loibl, K., Leuders, T., & Dörfler, T. (2020). A Framework for explaining teachers' diagnostic judgments by cognitive modeling (DiaCoM). *Teaching and Teacher Education*, 91, 103059. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103059>

RIVM (2022). [data] Original link: <https://data.rivm.nl/meta/srv/dut/catalog.search;jsessionid=8C7C4450AE5BB96DC4C6F9701E53BF7E#/metadata/2c4357c8-76e4-4662-9574-1deb8a73f724?tab=relations> Permanent link: <https://data.overheid.nl/dataset/34ff61d8-17a6-49a6-94db-90826562f8b5>

Schreiter, S., & Vogel, M. (2022). Drawing inference from data when comparing groups: An eye-tracking study. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, p. 285). PME.

Schreiter, S., & Vogel, M. (2023a). Eye-tracking measures as indicators for a local vs. global view of data. *Frontiers in Education*, 7, Article 1058150. <https://doi.org/10.3389/educ.2022.1058150>

Schreiter, S., & Vogel, M. (2023b). Statistical thinking and viewing patterns when comparing data distributions: An eye-tracking study with 6th and 8th graders. In M. Ayalon, B. Koichu, R. Leikin, L. Rubel, & M. Tabach (Eds.), *Proceedings of the 46th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 179–186). PME.

Schreiter, S., & Vogel, M. (2024). Students' local vs. global views of data distributions: A cross-grade-level analysis using eye-tracking. *Educational Studies in Mathematics*.
<https://doi.org/10.1007/s10649-024-10352-2>

Van Merriënboer, J. J. G., Clark, R. E., & de Croock, M. B. M. (2002). Blueprints for complex learning: The 4C/ID-model. *Educational Technology Research and Development*, 50(2), 39–64. <https://doi.org/10.1007/BF02504993>

Van Merriënboer, J. J. G., & Kirschner, P. A. (2018). *Ten steps to complex learning: A systematic approach to four-component instructional design* (3rd ed.). Routledge.
<https://doi.org/10.4324/9781315113210>

Van Merriënboer, J. J. G. (2020). *Graphical view on the four components*.
<https://4cid.org>