



Eye-Teach-Stats Eye-Tracking Vignettes © 2026

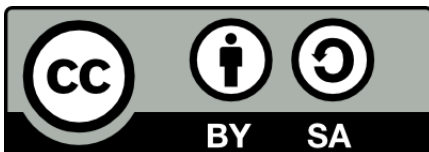


Co-funded by
the European Union

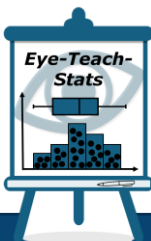
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

Eye-Tracking Vignettes



Eye-Tracking Vignettes © 2026 by Eye-Teach-Stats Project is licensed under CC BY-SA 4.0. To view a copy of this license, visit creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/



Übersicht



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

01 Dotplot

02 Boxplot

03 Boxplot

04 Case-Value Plot

05 Case-Value Plot

06 Dotplot

07 Histogramm

08 Case-Value Plot

09 Histogramm

10 Dotplot

11 Dotplot

12 Histogramm

13 Histogramm

14 Boxplot

15 Boxplot

16 Boxplot

17 Histogramm

18 Case-Value Plot

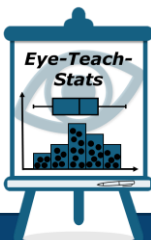
19 Histogramm

20 Histogramm

Unterstützende Informationen

Prozedurale Informationen

Schülerlösungen



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

01 Dotplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer
Verallgemeinerung von Ausreißern

Introducing situation



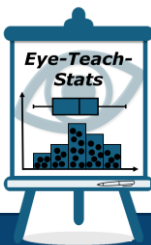
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 6. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Dotplots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Amaya Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Amaya arbeitet.



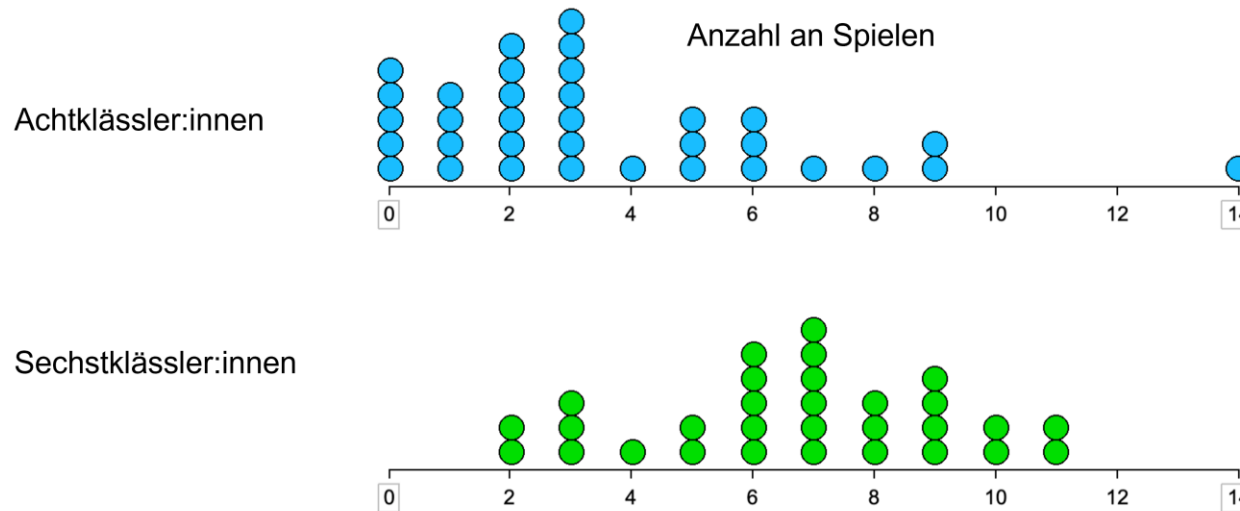
Students task



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

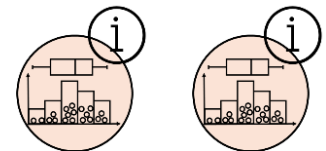
Unterscheiden sich Achtklässler:innen und Sechstklässler:innen in der Anzahl der Spiele, die sie auf ihren Handys haben? Eine Umfrage zu dieser Frage wurde an der Park Schule mit 34 Achtklässler:innen und 30 Sechstklässler:innen durchgeführt. Vergleiche die beiden Stichproben und werte sie anschließend aus:



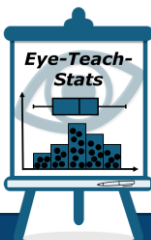
Die Daten aus den Stichproben stimmen mit der Annahme überein, dass

- a) Achtklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- b) Sechstklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- c) Sechst- und Achtklässler:innen ungefähr die gleiche Anzahl von Spielen auf ihrem Handy haben.

Dies ist die Aufgabe, an der Amaya arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



- a) Achtklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- b) Sechstklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- c) Sechst- und Achtklässler:innen ungefähr die gleiche Anzahl an Spielen auf ihrem Handy haben.



Introducing eye-tracking

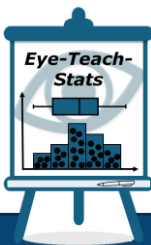


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten eine Heatmap mit Amayas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Diese zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



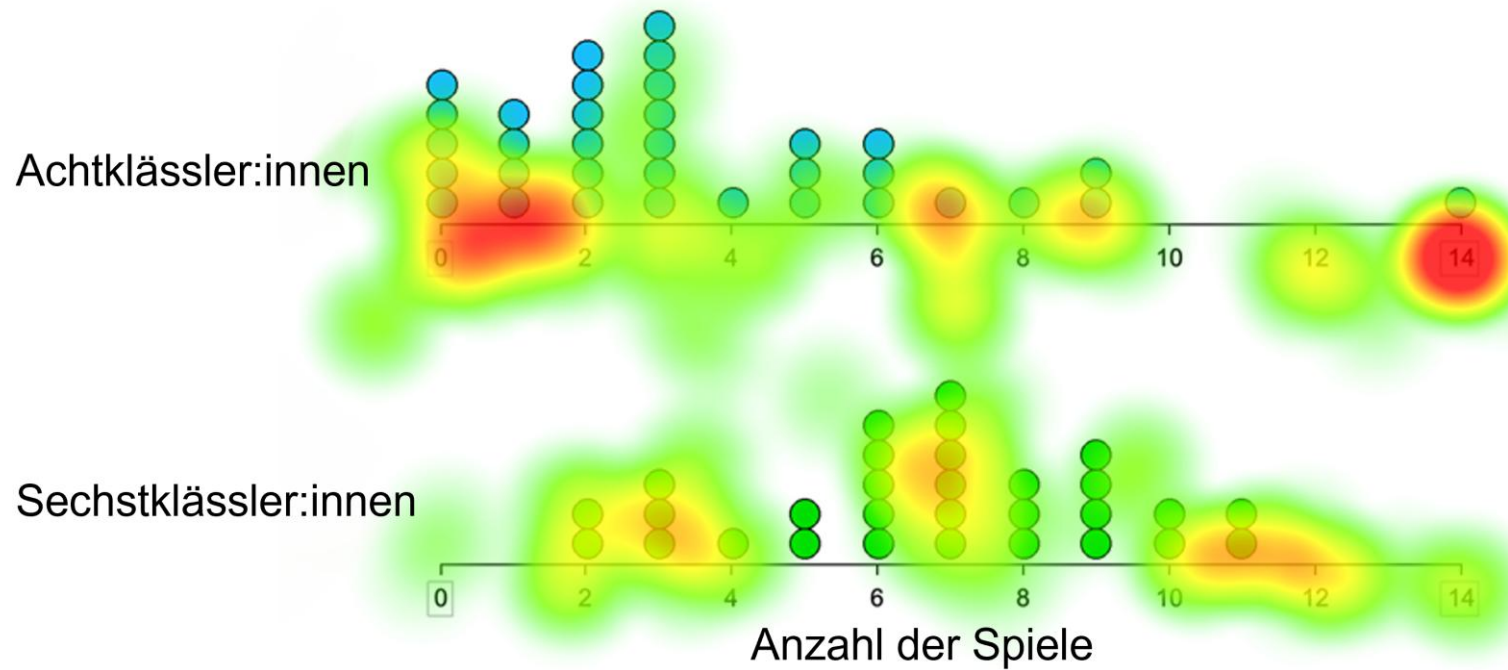
First look



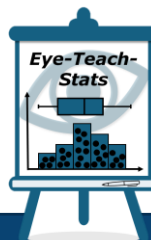
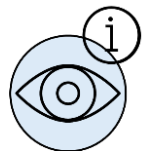
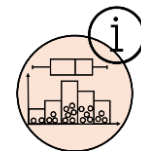
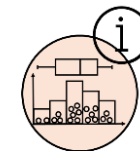
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Amayas Antwort: "Ich denke, dass a) richtig ist: die Achtklässler haben mehr Spiele."



Werfen Sie einen Blick auf die Heatmap, die die Blickdaten Ihrer Schülerin Amaya zeigt und auf ihre Antwort.



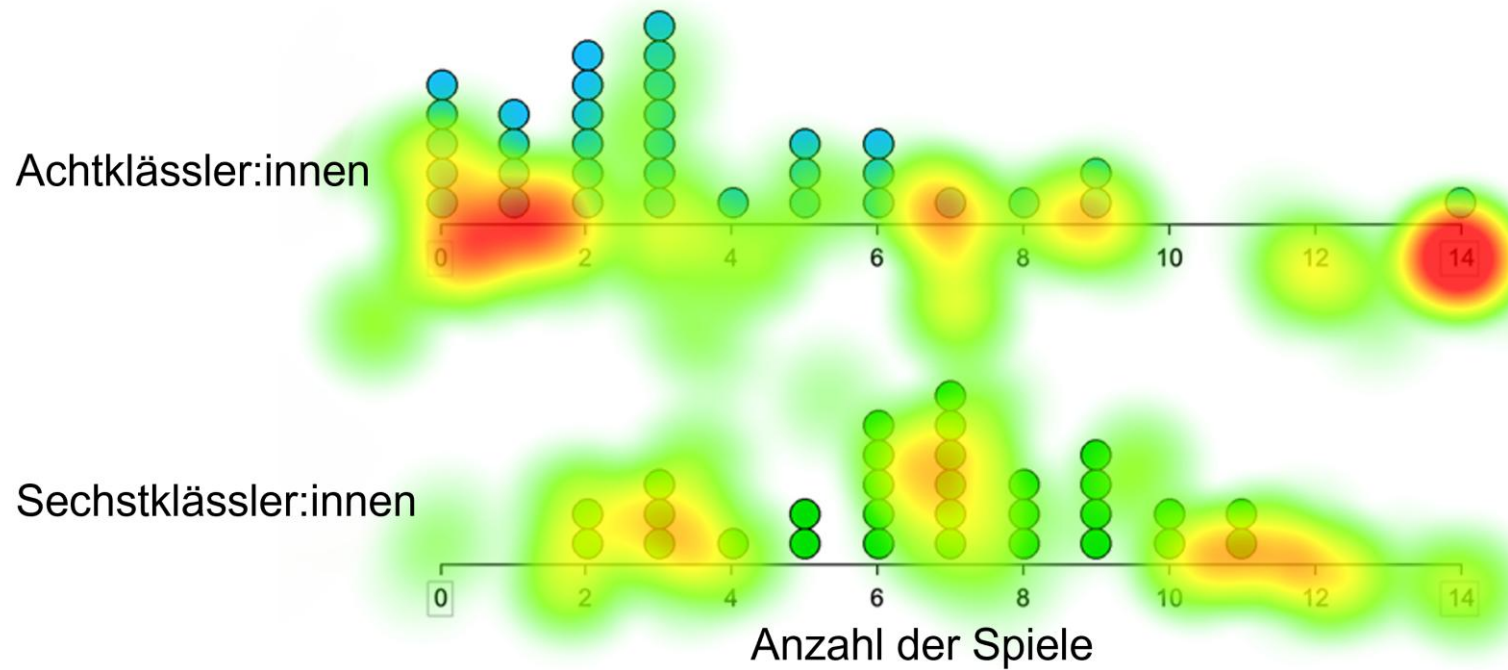
Take perspective



Co-funded by
the European Union

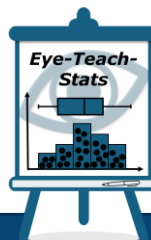
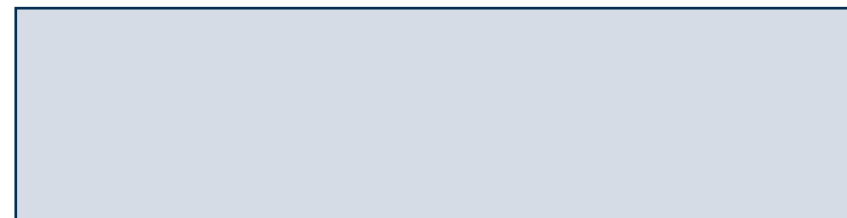
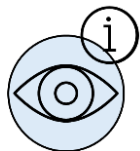
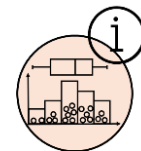
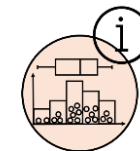
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Amayas Antwort: "Ich denke, dass a) richtig ist: die Achtklässler haben mehr Spiele."



Nach der Aufgabe wurde Amaya ihre eigene Heatmap gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Amayas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



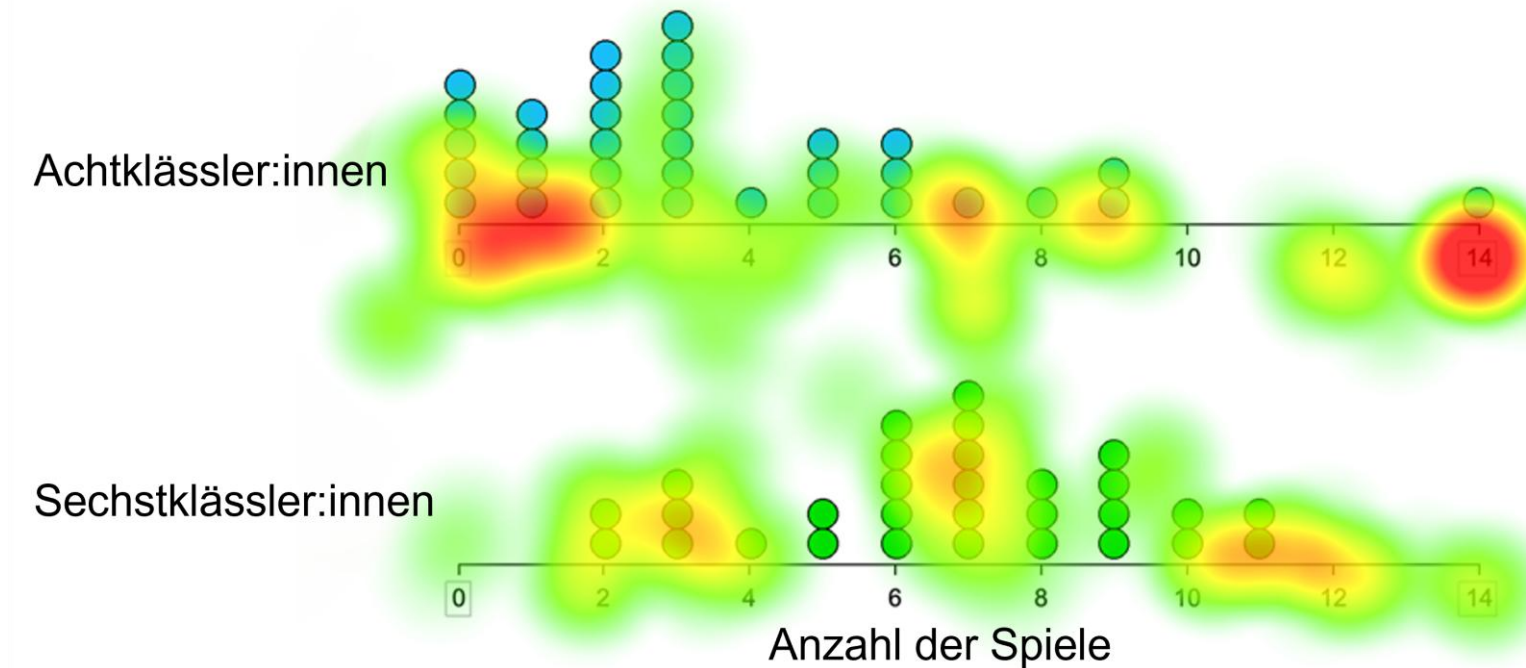
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

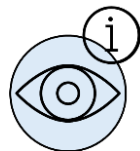
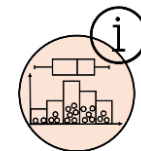
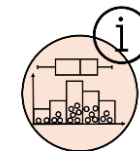
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Amayas Kommentar: "Hier habe ich gesehen, dass ein Achtklässler 14 Spiele hat. Das ist wirklich viel, das ist eine sehr große Zahl und das macht viel aus. Deshalb denke ich, dass die Achtklässler mehr Spiele haben."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Amaya lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Amayas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.



- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



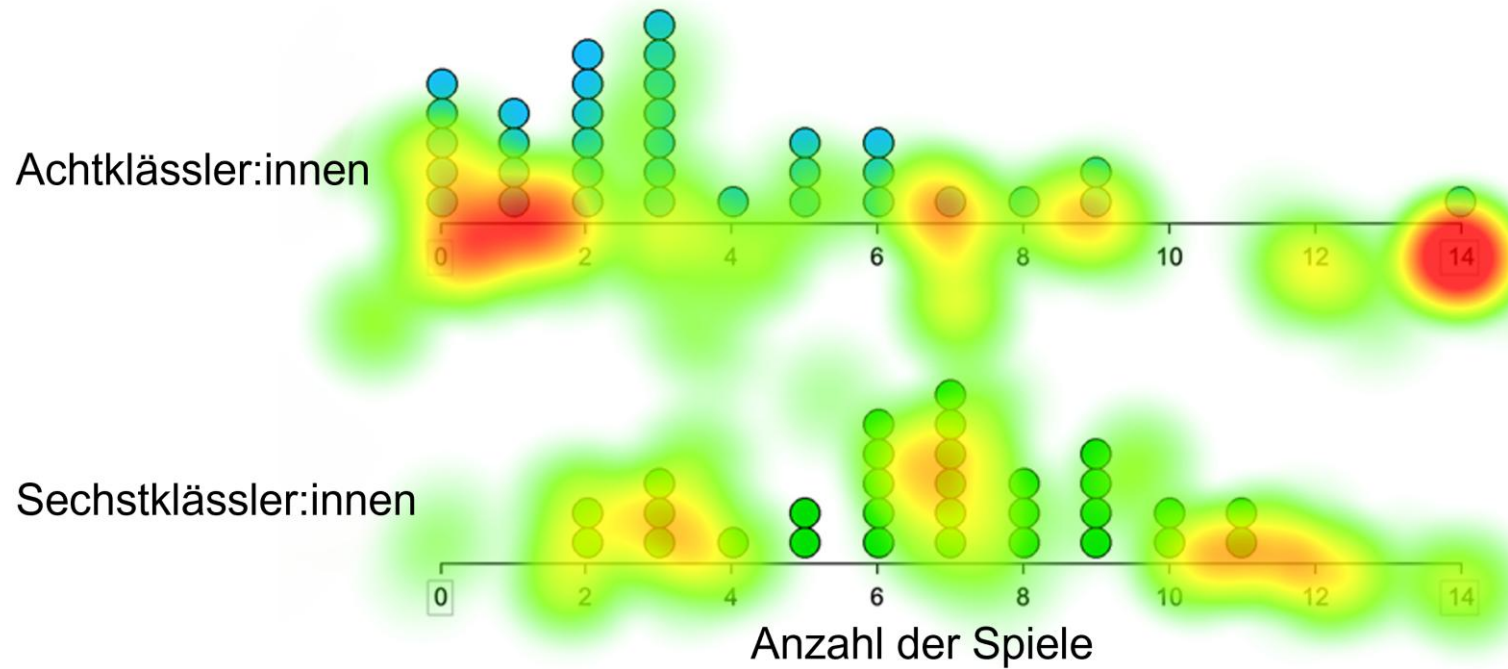
Evaluate solution



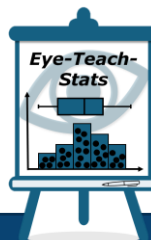
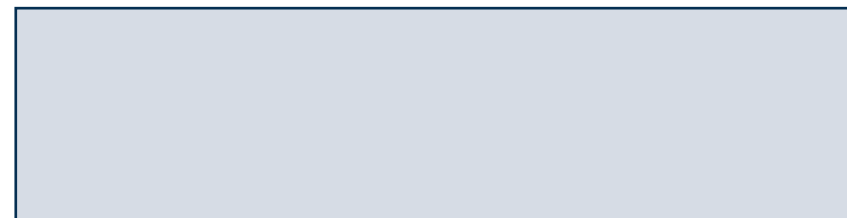
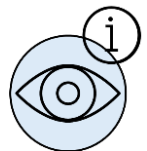
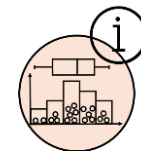
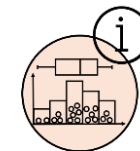
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Amayas Kommentar: "Hier habe ich gesehen, dass ein Achtklässler 14 Spiele hat. Das ist wirklich viel, das ist eine sehr große Zahl und das macht viel aus. Deshalb denke ich, dass die Achtklässler mehr Spiele haben."



Bewerten Sie Amayas Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

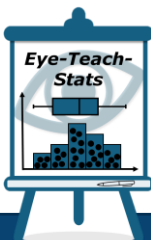
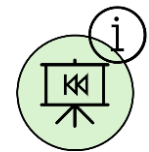
Amaya hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Dotplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der **“Outlier overgeneralization”** genannt wird.

Interpretation des Verhaltens: Bei Amaya deuten ihre Heatmap und ihr Kommentar darauf hin, dass sie sich sehr stark auf den Ausreißer als einzelnen Datenpunkt konzentriert.

Fehler und zugrunde liegenden konzeptionelle Schwierigkeiten verstehen: In einem Dotplot steht jeder Punkt für ein Vorkommen eines Wertes auf der horizontalen Achse (in diesem Fall die Anzahl der Spiele). Die Höhe der Stapel (wie viele Punkte gestapelt sind) zeigt, wie oft jeder Wert vorkommt.

Ein zentrales Ziel des Statistikunterrichts ist es, den Schüler:innen zu helfen, auch eine "globale Sichtweise" auf Verteilungen zu entwickeln. Bei dieser Sichtweise nehmen die Schüler:innen eine Verteilung als eine Einheit mit allgemeinen Merkmalen wie Zentrum, Streuung und Form wahr. Viele Schüler:innen haben jedoch eine "lokale Sichtweise" und betrachten Verteilungen als bloße Ansammlungen einzelner Datenpunkte. Dies führt dazu, dass sie sich zu sehr auf die lokalen Merkmale der Verteilung konzentrieren. Der systematische Fehler liegt in dieser unpassenden Verwendung einer lokalen Sichtweise.

Auf der nächsten Folie sehen Sie eine Übersicht über lokale und globale Merkmale, die beim Vergleich von Verteilungen berücksichtigt werden können.



Betrachtungen von Datenverteilung: lokale vs. globale Sichtweise

Globale Sicht ↓	Verteilung (konzeptuelle Einheit)			↑ Lokale Sicht
	globale Merkmale			
	Lageparameter <i>visuell geschätzter Mittelwert ...</i>	Streuung/Dichte <i>beobachtete Ausbreitung, Mehrheit, Spannweite...</i>	Form <i>beobachtete Schiefe, Spitzen...</i>	
	lokale Merkmale einzelne Datenpunkte <i>Extremwerte, Ausreißer, absolute Häufigkeit von Punkten in bestimmten Intervallen, Wert bestimmter Intervalle von Punkten, disjunkte Randwerte...</i>			

Angepasst nach Schreiter & Vogel, 2023 (übersetzt von Autor:innen)





Eye-Teach-Stats Eye-Tracking Vignettes © 2026



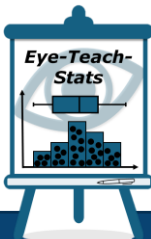
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

02 Boxplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem Area-Bias



Introducing situation



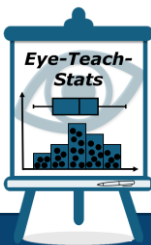
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 8. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Boxplots ein.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Quinn Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihm gestellt haben. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Quinn arbeitet.



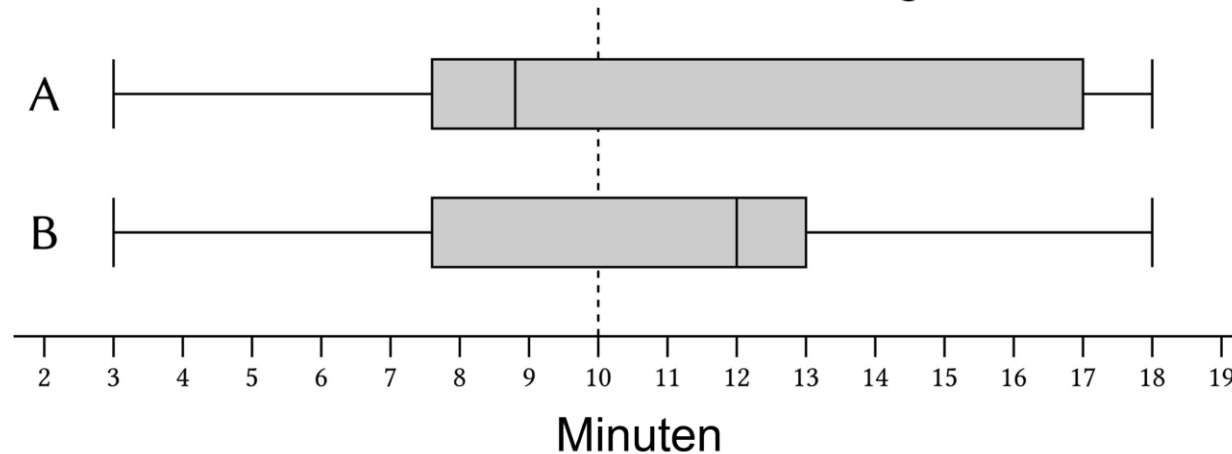
Students task



Co-funded by
the European Union

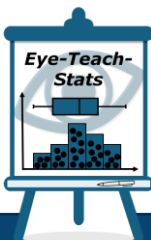
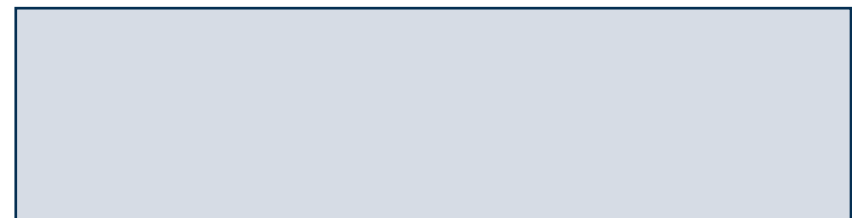
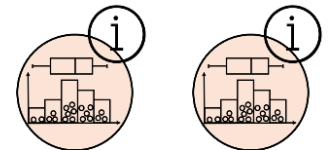
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zwei Schulen A und B werden von der gleichen Anzahl von Schüler:innen besucht. Alle Schüler:innen haben in einer Umfrage angegeben, wie viele Minuten sie morgens für den Weg zur Schule benötigen. Die Ergebnisse werden in zwei Boxplots dargestellt. Eine der beiden Schulen (A oder B) hat einen größeren Anteil an Schüler:innen, die mehr als 10 Minuten zur Schule gehen. Entscheide welche.



Dies ist die Aufgabe, an der Quinn arbeitet.

Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

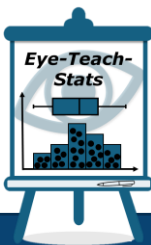


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Quinns Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



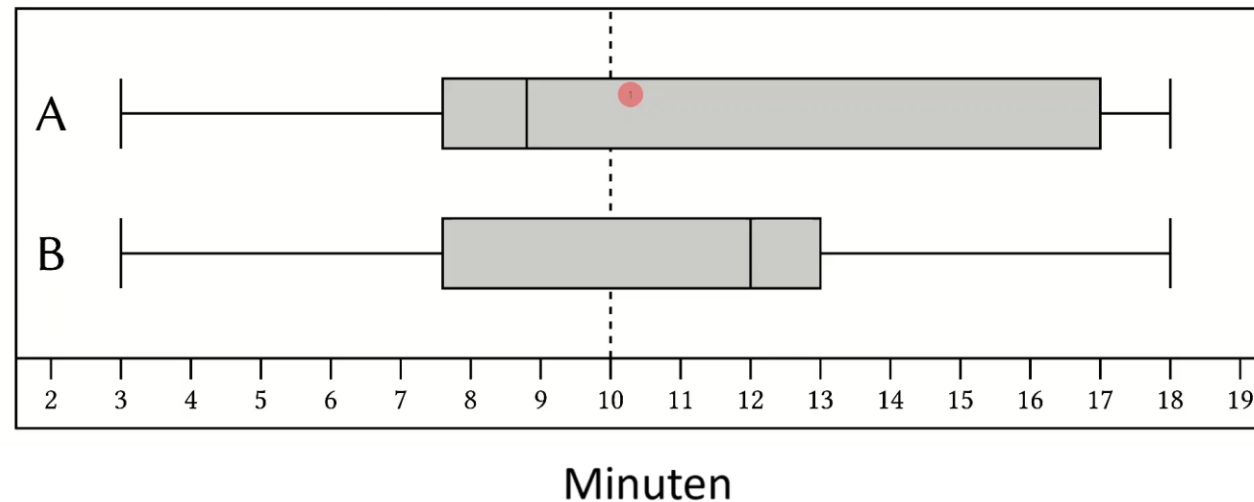
Quinns Antwort: "Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen."

Eine Schule hat eine größere Anzahl von Kindern, deren Schulweg länger als 10 Minuten dauert.

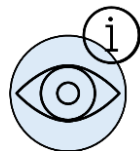
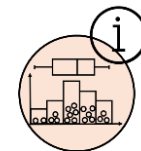
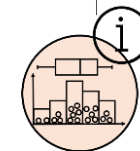
Entscheide, welche.

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

Decide which one.



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihres Schülers Quinn zeigt und auf seine Antwort.



Take perspective



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

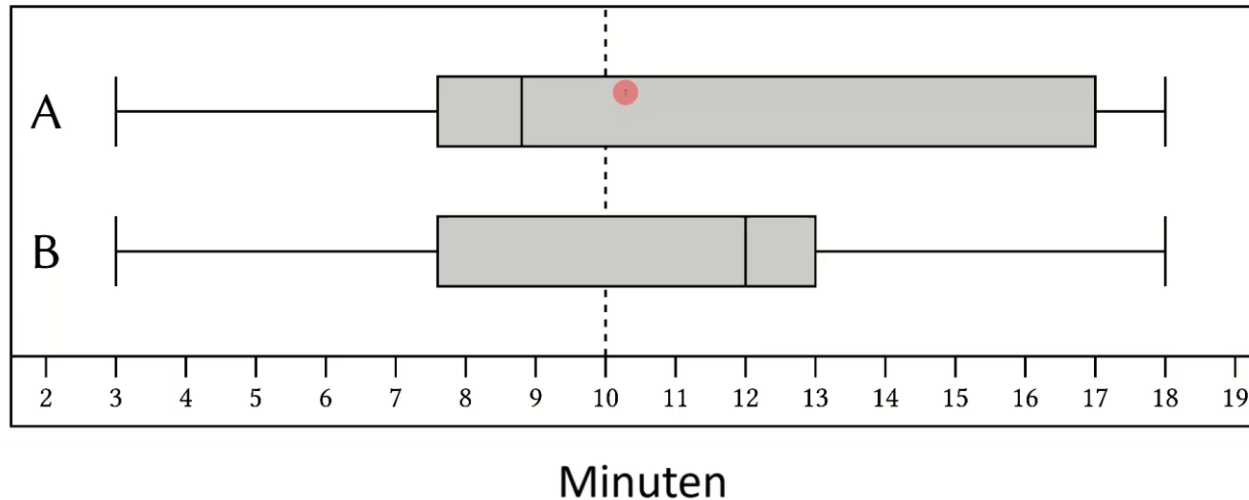
Quinns Antwort: "Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen."

Eine Schule hat eine größere Anzahl von Kindern, deren Schulweg länger als 10 Minuten dauert.

Entscheide, welche.

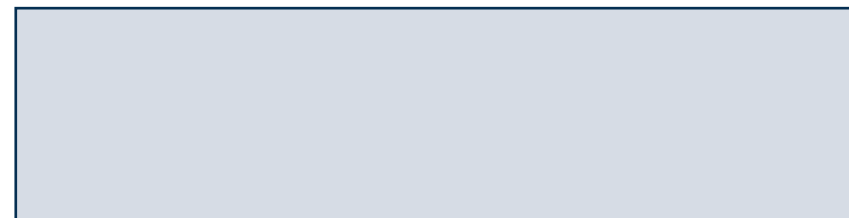
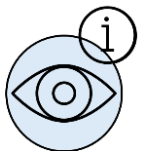
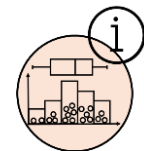
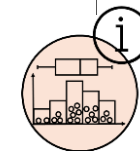
One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

Decide which one.



Nach der Aufgabe wurde Quinn sein eigenes Gaze Video gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Quinns Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

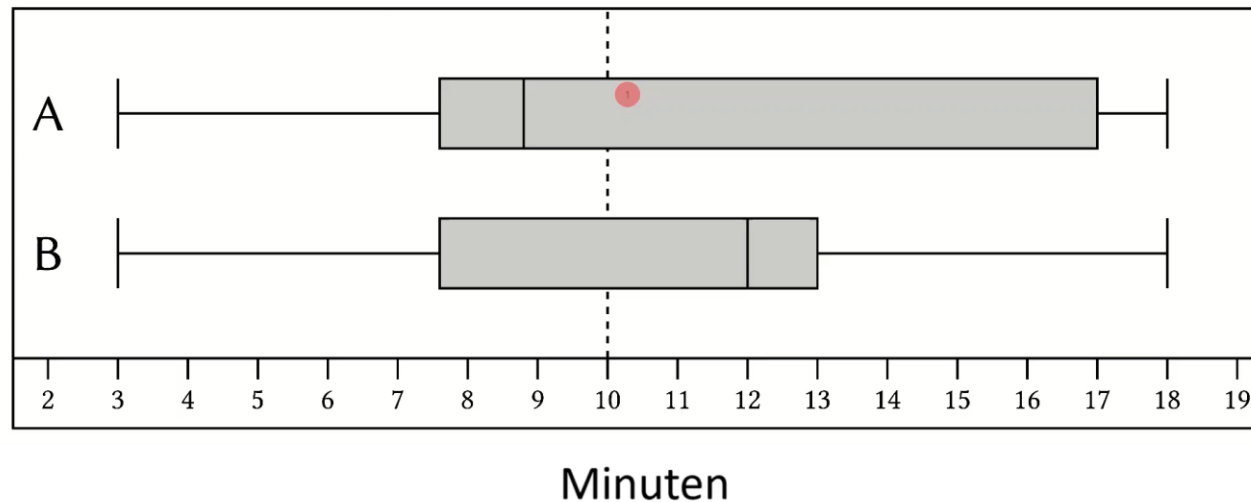
Quinns Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“

Eine Schule hat eine größere Anzahl von Kindern, deren Schulweg länger als 10 Minuten dauert.

Entscheide, welche.

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

Decide which one.

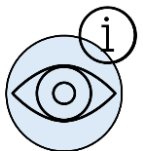
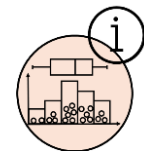
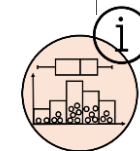


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Quinn lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Quinns Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



Evaluate solution



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

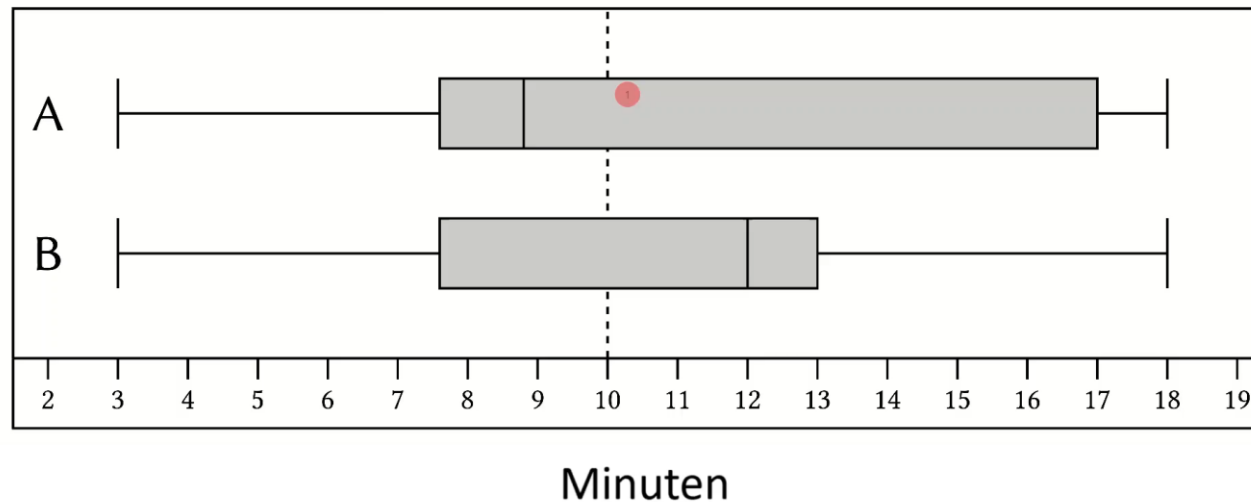
Quinns Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“

Eine Schule hat eine größere Anzahl von Kindern, deren Schulweg länger als 10 Minuten dauert.

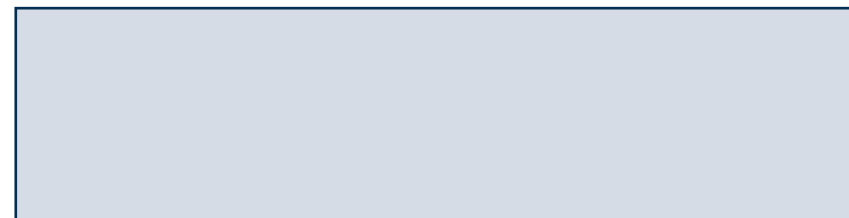
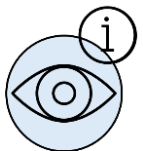
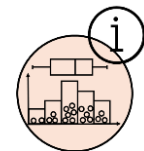
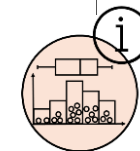
Entscheide, welche.

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

Decide which one.



Bewerten Sie Quinns Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

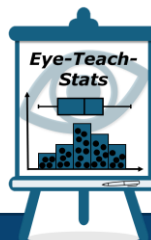
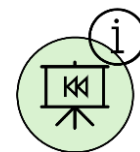
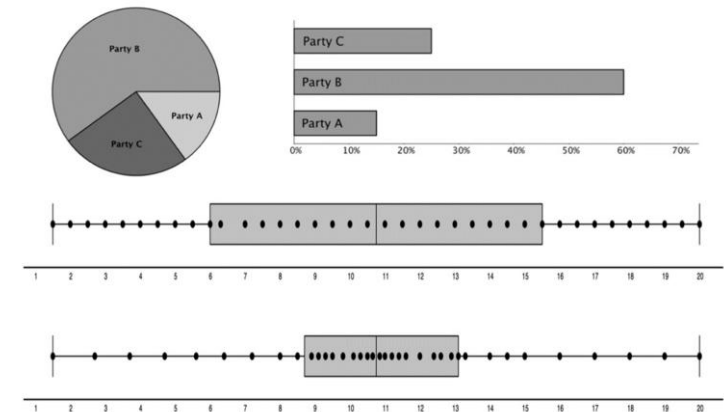
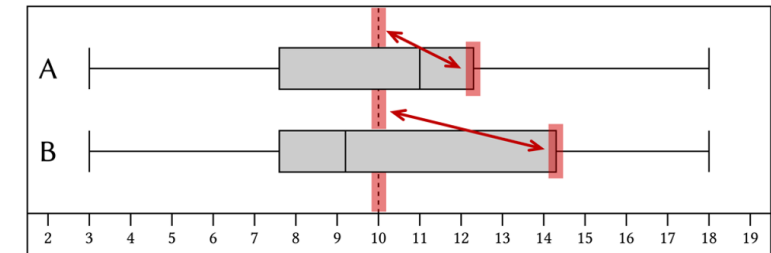
Den Fehler verstehen:

Quinn hat eine grundlegende konzeptuelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Boxplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, dem sogenannten **Area-Bias**.

Beobachtbares Verhalten: Quinn beschreibt in seinem Kommentar, dass er die Frage, welcher von zwei Boxplots mehr Datenpunkte oberhalb eines bestimmten Werts repräsentiert, danach entscheidet, welcher der beiden Boxplots mehr Boxfläche oberhalb dieses kritischen Werts zeigt. In seinen Blickbewegungen zeigt sich zudem ein deutlicher Fokus auf den dritten Quartilen, welche die rechte Begrenzung der Box darstellen.

Interpretation durch die Lehrkraft / Forschende: Eine plausible Erklärung für Quinns Lösungsansatz und seine Blickbewegungen ist, dass er fehlerhaft davon ausgeht, dass eine größere Boxfläche im Boxplot auch einem größeren Anteil an der repräsentierten Stichprobe entspricht. Zu dieser Annahme passt nicht nur Quinns Kommentar, sondern auch seine Blickbewegungen, da hier der Fokus auf den dritten Quartilen liegt, die anzeigen, wie viel Fläche der Box sich jeweils oberhalb des kritischen Werts befindet.

Zugrundeliegende konzeptuelle Schwierigkeit: Wenn Lernende zum ersten Mal mit Boxplots in Berührung kommen, haben sie in der Regel bereits längere Zeit mit Darstellungsformen wie Kreis- oder Balkendiagrammen gearbeitet. In diesen Darstellungsformen ist Quinns Annahme, dass ein proportionaler Zusammenhang zwischen Fläche und repräsentiertem Stichprobenanteil besteht, korrekt. Bei Boxplots ist das dagegen nicht der Fall, da die Box immer die mittlere Hälfte der Daten repräsentiert und die Boxfläche bzw. Boxbreite somit ein Maß für die Variabilität des Datensatzes darstellt und anzeigt, wie stark die mittlere Datenhälfte streut (Interquartilsabstand). Wenn Lernende bei der Interpretation von Boxplots ihr Vorwissen zu anderen statistischen Repräsentationen unzulässig übertragen, tritt der systematische Fehler auf, den Sie gerade bei Ihrem Schüler Quinn beobachten konnten.

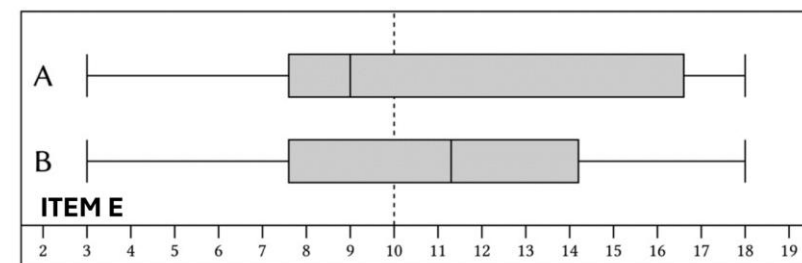
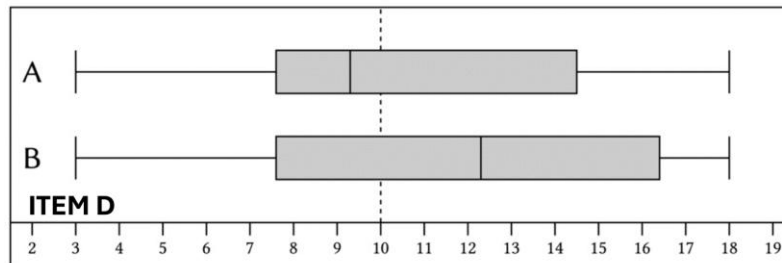
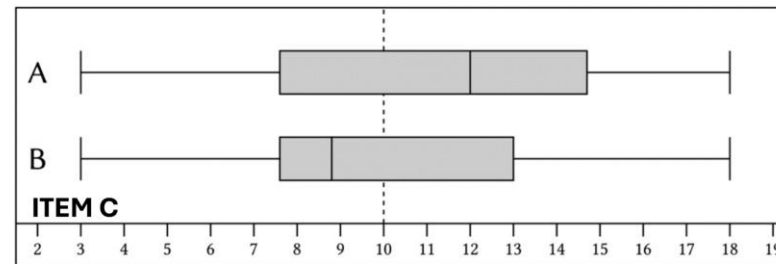
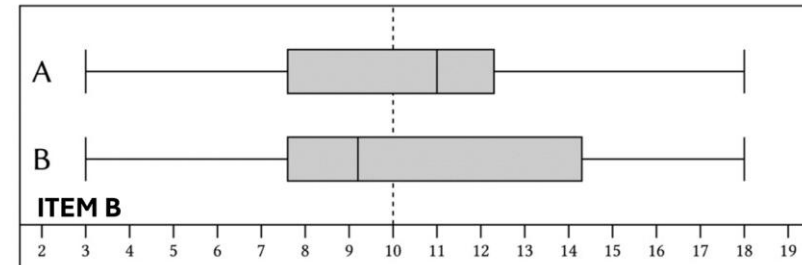
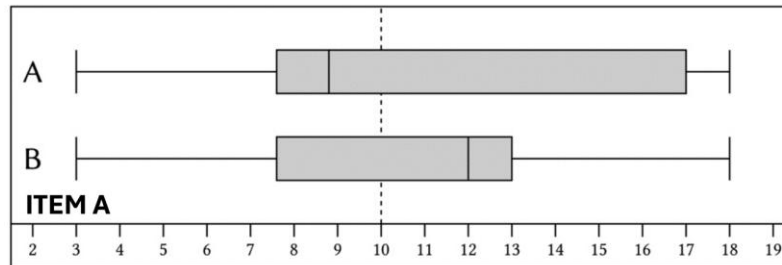


Practice



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Welche der Boxplots (Aufgaben und Frage sind identisch) würden Schüler:innen mit konzeptionellen Schwierigkeiten falsch beantworten?

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D

☐ E

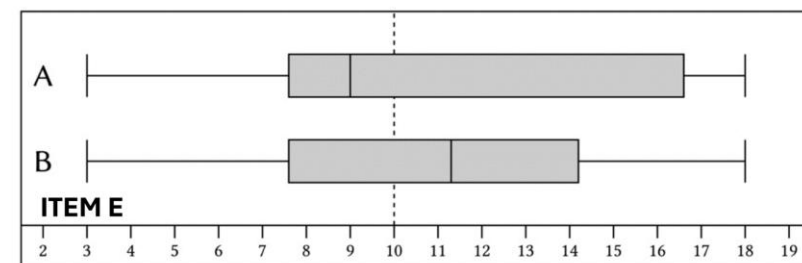
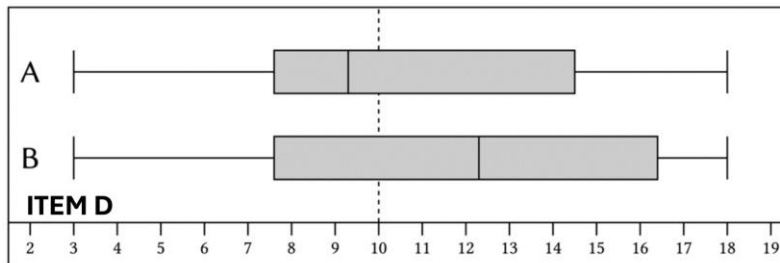
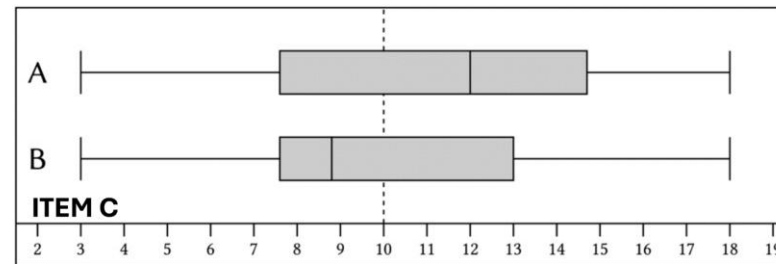
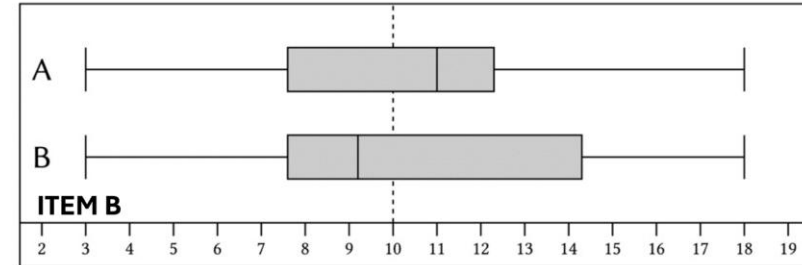
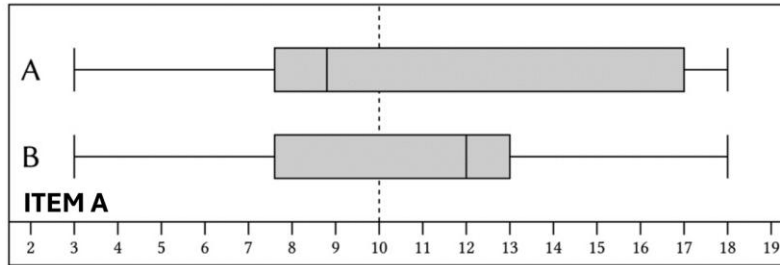


Practice II



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Für dieselben Aufgaben sehen Sie die Blicke von fünf Schüler:innen.

Welche dieser fünf verschiedenen Schüler:innen hat ihrer Meinung nach am ehesten eine falsche Antwort gegeben?

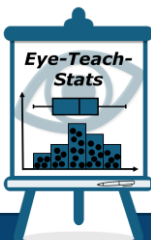
☐ Schüler:in A

☐ Schüler:in B

☐ Schüler:in C

☐ Schüler:in D

☐ Schüler:in E





Eye-Teach-Stats Eye-Tracking Vignettes © 2026



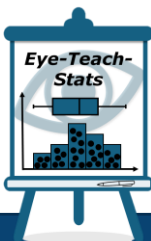
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

03 Boxplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem Median-Bias



Introducing situation



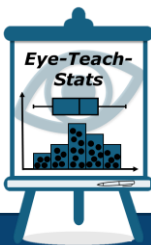
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 8. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Boxplots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Elodie Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Elodie arbeitet.



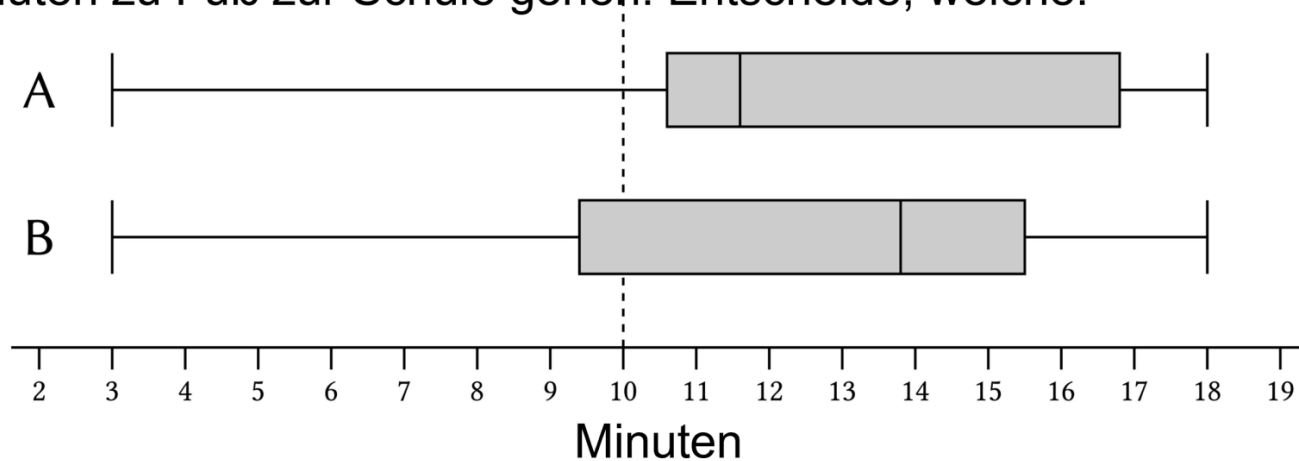
Students task



Co-funded by
the European Union

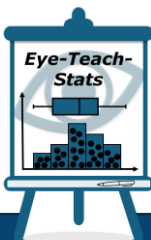
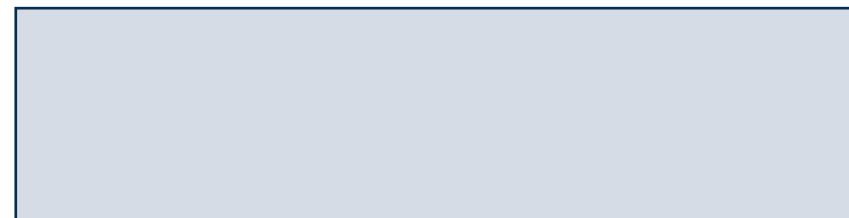
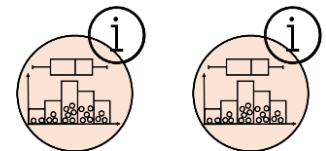
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zwei Schulen A und B werden von der gleichen Anzahl von Schüler:innen besucht. Alle Schüler:innen haben in einer Umfrage angegeben, wie viele Minuten sie morgens für den Schulweg benötigen. Die Ergebnisse werden in zwei Boxplots dargestellt. Eine Schule (A oder B) wird von mehr Schüler:innen besucht, die mehr als 10 Minuten zu Fuß zur Schule gehen. Entscheide, welche.



Dies ist die Aufgabe, an der Elodie arbeitet.

Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

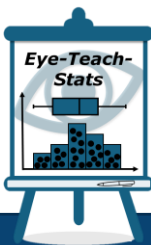


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten eine Heatmap mit Elodies Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Diese Heatmap zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



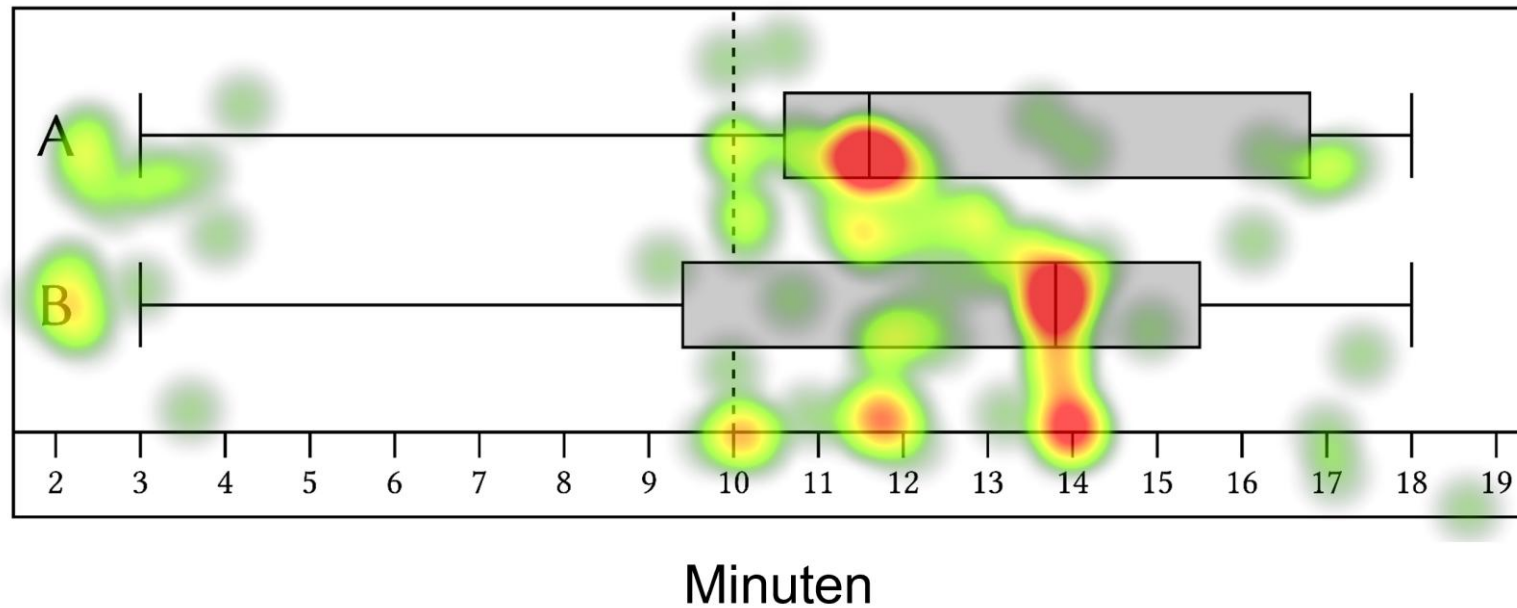
First look



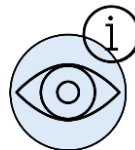
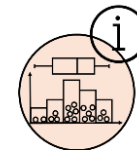
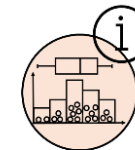
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Elodies Antwort: "Für mich ist Schule B eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot B kann man leicht erkennen, dass viel mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten benötigen."



Werfen Sie einen Blick auf die Heatmap, die die Blickdaten Ihrer Schülerin Elodie zeigt und auf ihre Antwort.



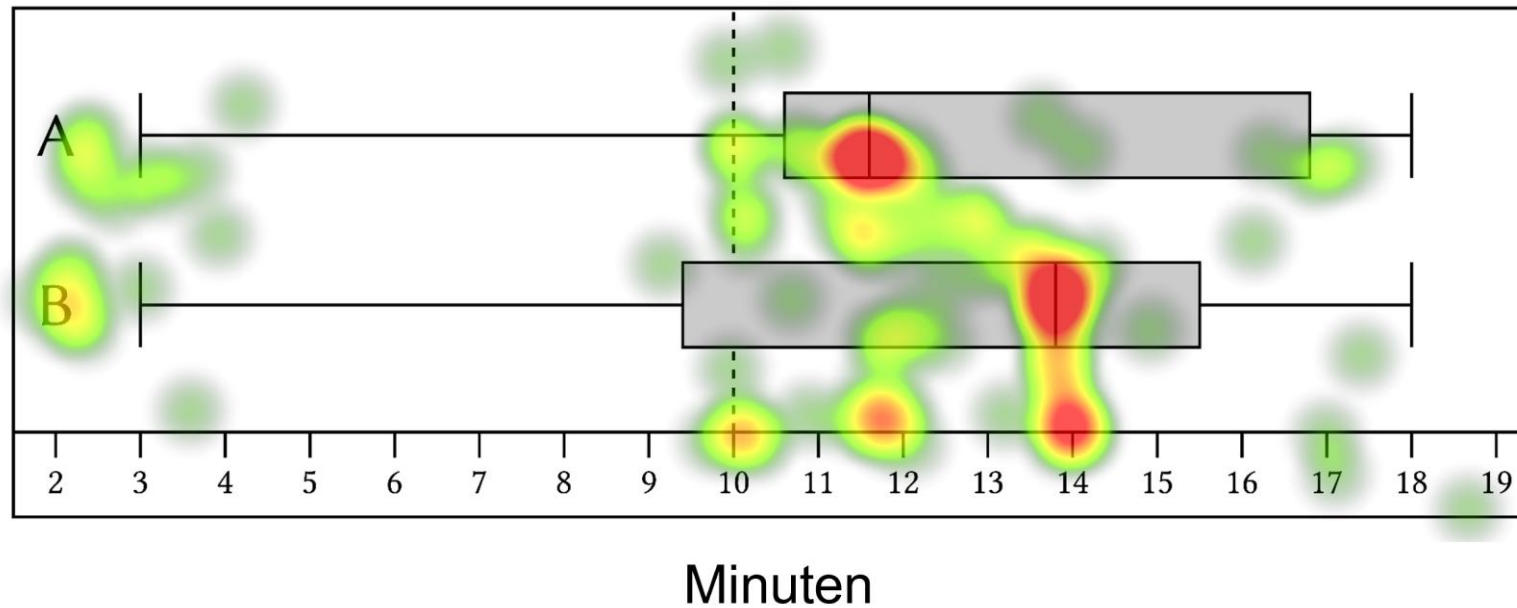
Take perspective



Co-funded by
the European Union

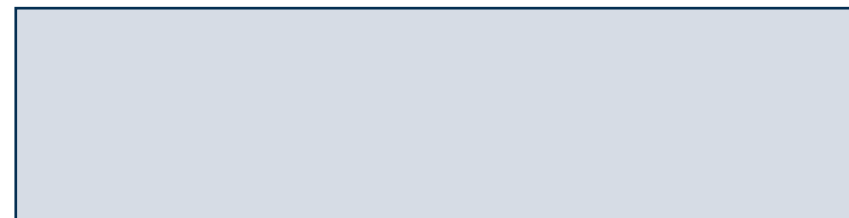
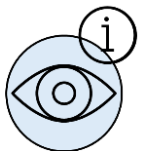
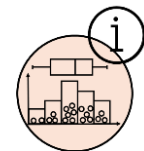
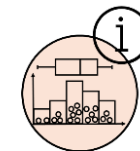
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Elodies Antwort: "Für mich ist Schule B eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot B kann man leicht erkennen, dass viel mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten benötigen."



Nach der Aufgabe wurde Elodie ihre eigene Heatmap gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Elodies Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



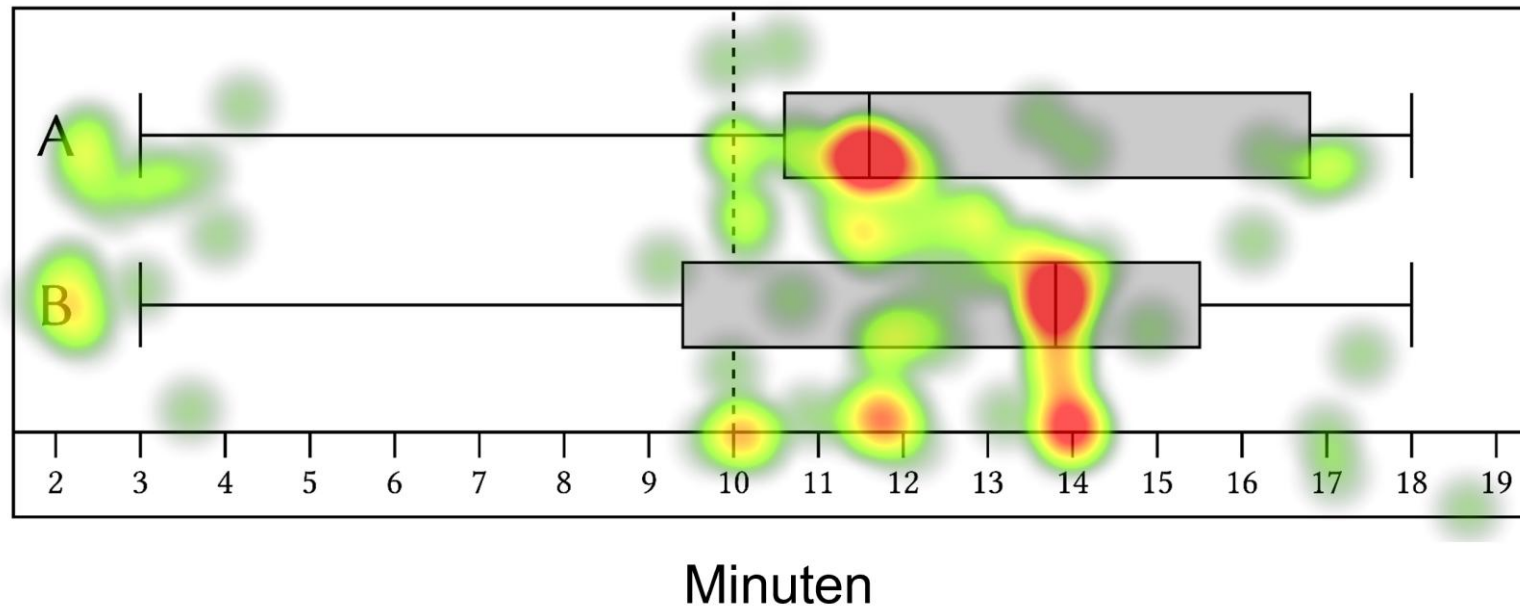
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

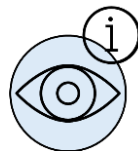
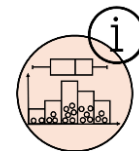
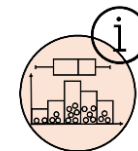
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Elodies Kommentar: "Die Linie in der Mitte der Box ist der Median, also ein Durchschnittswert. Ich habe also hauptsächlich die beiden Mediane verglichen. Man kann deutlich sehen, dass die Kinder von Schule B im Durchschnitt viel länger zur Schule brauchen als die von Schule A. Also habe ich B gewählt."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Elodie lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Elodies Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.



- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



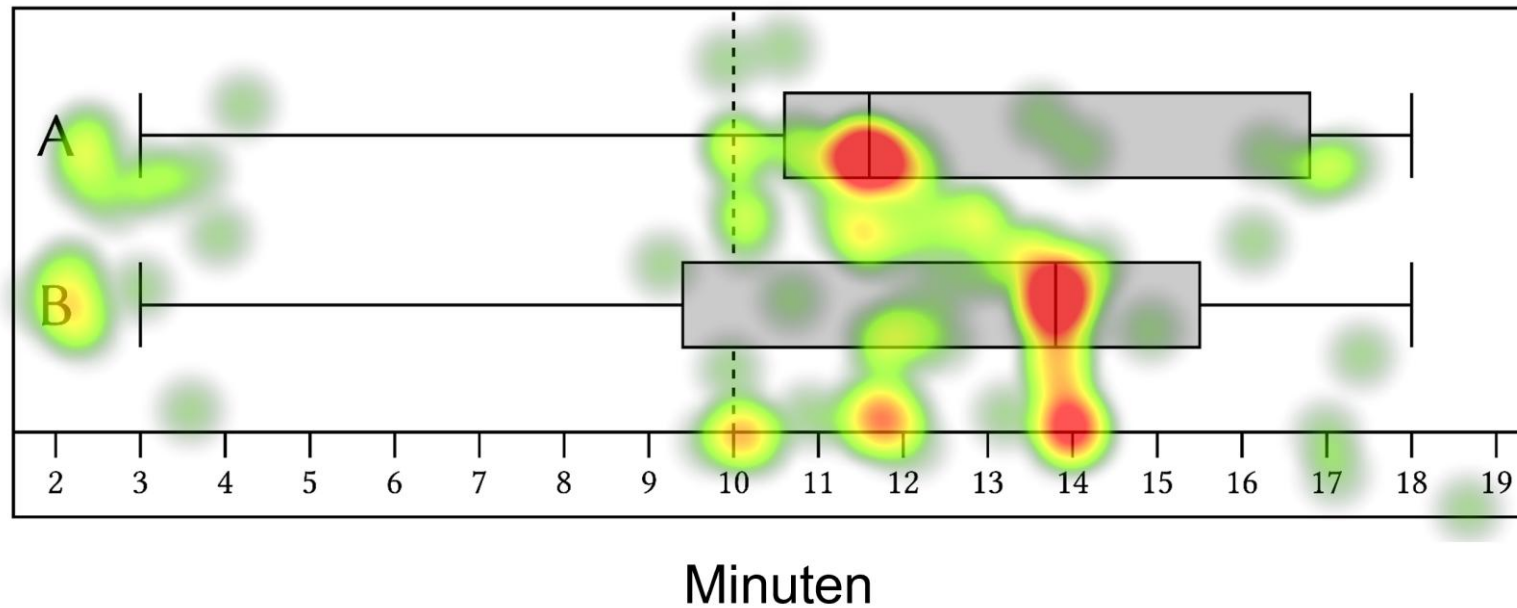
Evaluate solution



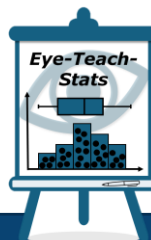
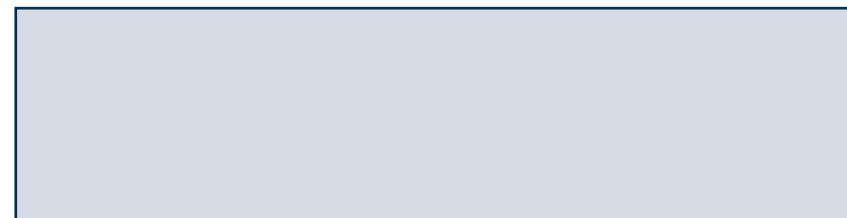
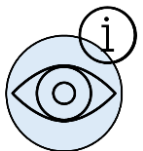
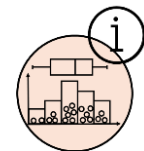
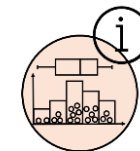
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Elodies Kommentar: "Die Linie in der Mitte der Box ist der Median, also ein Durchschnittswert. Ich habe also hauptsächlich die beiden Mediane verglichen. Man kann deutlich sehen, dass die Kinder von Schule B im Durchschnitt viel länger zur Schule brauchen als die von Schule A. Also habe ich B gewählt."



Bewerten Sie Elodies Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

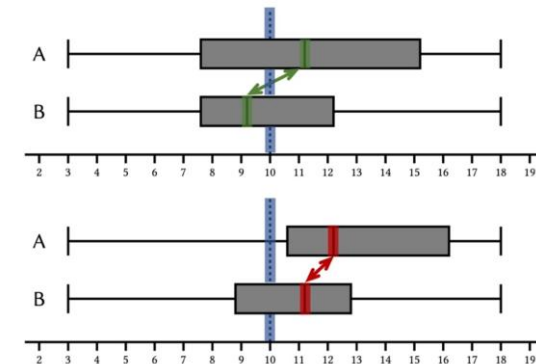
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

Elodie hat eine grundlegende konzeptuelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Boxplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, dem sogenannten **Median-Bias**.

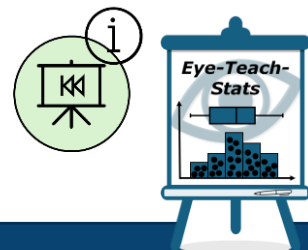
Beobachtbares Verhalten: Elodie beschreibt in ihrem Kommentar, dass sie die Frage, welcher von zwei Boxplots mehr Datenpunkte oberhalb eines kritischen Werts repräsentiert, danach entscheidet, welcher der beiden Boxplots den höheren Median hat. In ihren Blickbewegungen zeigt sich zudem ein deutlicher Fokus auf den beiden Medianen.

Interpretation durch die Lehrkraft / Forschende: Eine plausible Erklärung für Elodies Lösungsansatz und ihre Blickbewegungen ist, dass sie den Mittelwert Median nicht vorrangig als Grenzpunkt interpretiert, der anzeigt, wo die Grenze zwischen der oberen und der unteren Datenhälfte verläuft, sondern mit Hilfe des Medians entscheidet, welche der beiden statistischen Verteilungen tendenziell die höheren Werte hat und diese zentrale Tendenz für ihre Entscheidung nutzt. Dazu passen auch ihre Blickbewegungen, die anzeigen, dass sie die beiden Mediane direkt miteinander vergleicht und nicht ihre Lage relativ zu dem kritischen Wert.



Zugrundeliegende konzeptuelle Schwierigkeit:

Wenn Lernende zum ersten Mal mit Boxplots in Berührung kommen, sind sie oft bereits mit verschiedenen Mittelwerten wie beispielsweise dem Median vertraut. Insbesondere sind Mittelwerte nicht nur aus schulischen Zusammenhängen bekannt, sondern treten auch in unterschiedlichen außerschulischen Kontexten auf. Wenn Lernende den (bekannten) Median in der Boxplotrepräsentation identifizieren, ist es plausibel davon auszugehen, dass sie diesen vertrauten Kennwert gerade dann zur Entscheidungsfindung nutzen, wenn sie das boxplotspezifische Wissen, das zur korrekten Lösung notwendig wäre, (noch) nicht erworben haben. Diese Übergeneralisierung des Medians führt dann zu dem systematischen Fehler, den Sie bei Ihrer Schülerin Elodie beobachten konnten.

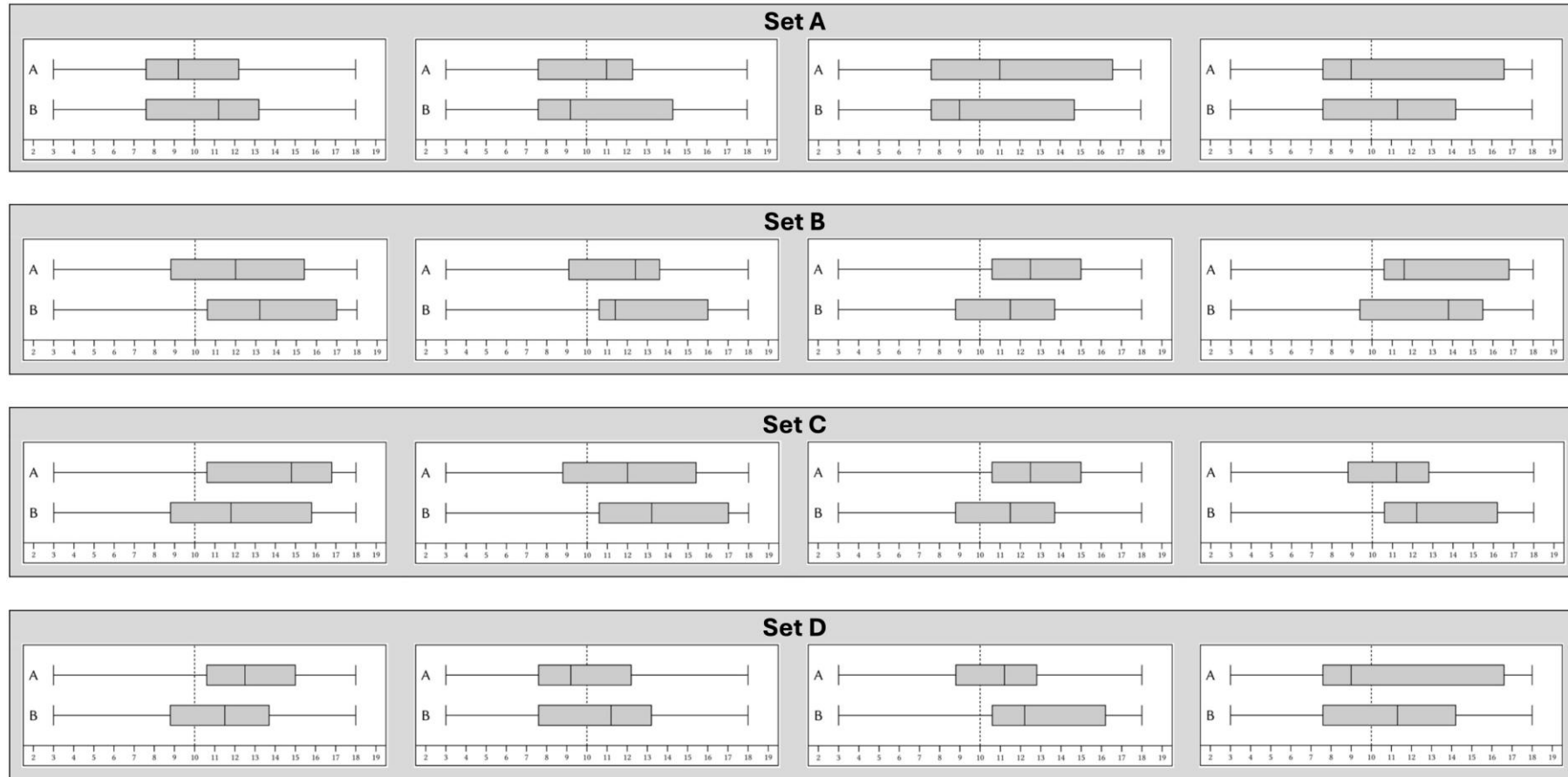


Practice



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Angenommen, Sie vermuten, dass Ihre Schüler:innen die zuvor erläuterten konzeptionellen Schwierigkeiten haben.

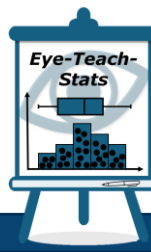
Welchen der folgenden Aufgabensets würden Sie Ihre Schüler:innen lösen lassen, um sicherzugehen?

☐ Set A

☐ Set B

☐ Set C

☐ Set D

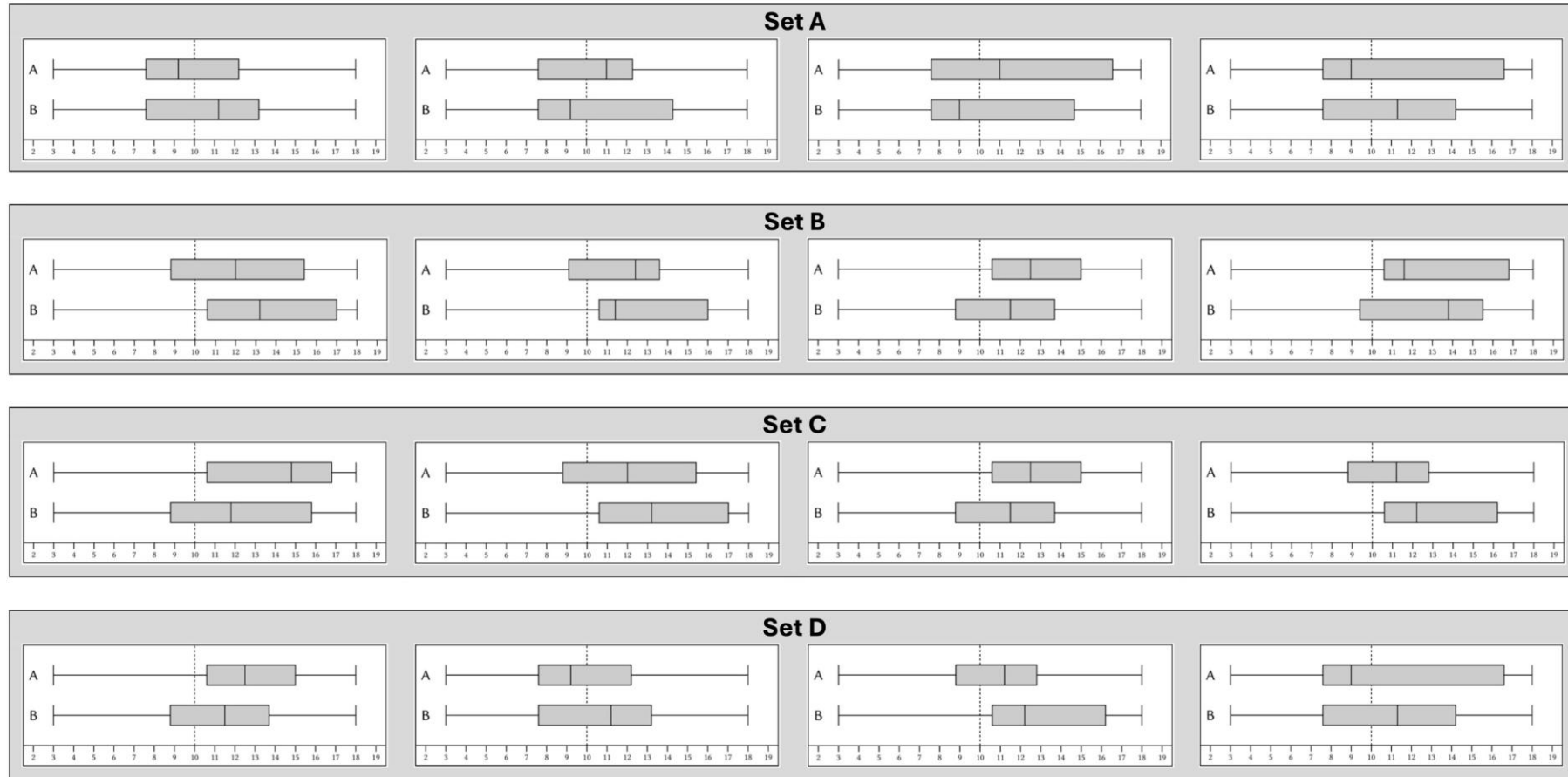


Practice II



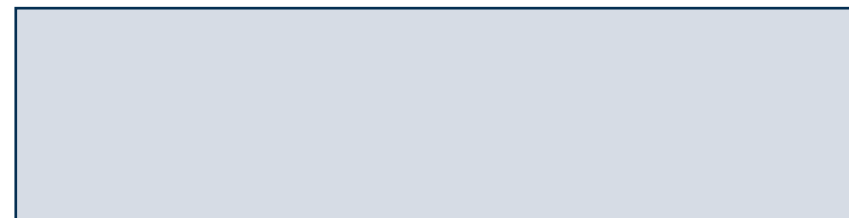
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Angenommen, Sie vermuten, dass Ihre Schüler:innen die zuvor erläuterten konzeptionellen Schwierigkeiten haben. Welchen der folgenden Aufgabensets würden Sie Ihre Schüler:innen lösen lassen, um sicherzugehen?

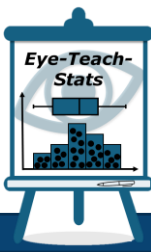
Begründen Sie bitte ausführlich, warum Sie a) das Aufgabenset [xy] gewählt haben, und b) sich gegen die anderen Aufgabensets entschieden haben.



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

04 Case-Value Plot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer
Übergeneralisierung eines Histogramm-Ansatzes



Introducing situation



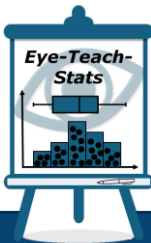
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 10. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Case-Value Plots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Roos Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Roos arbeitet.

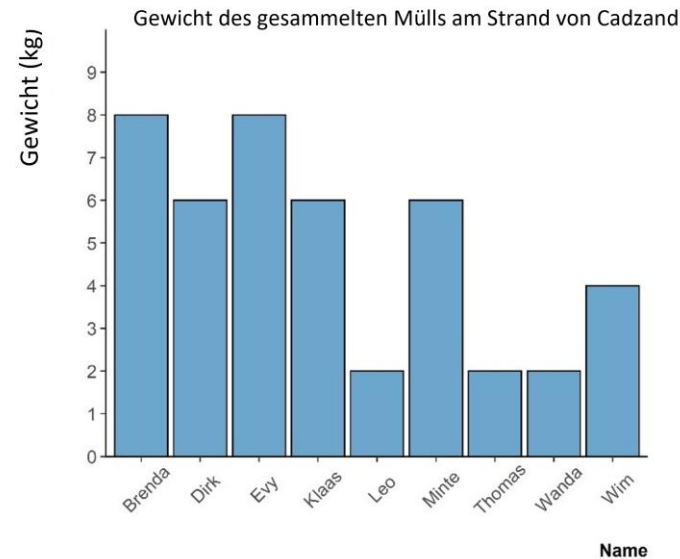
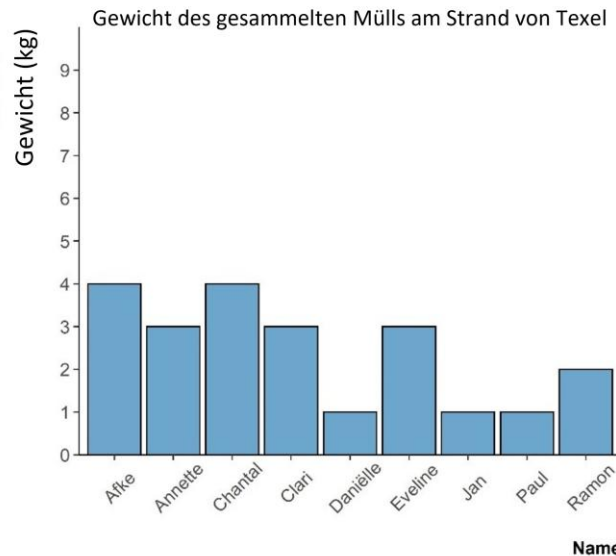


Students task



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

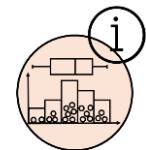


An welchem Strand ist das durchschnittliche Gewicht der gesammelten Strandabfälle höher?

- a) Auf Texel ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Cadzand ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.

Dies ist die Aufgabe, an der Roos arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**

- a) Auf Texel ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Cadzand ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.



Introducing eye-tracking

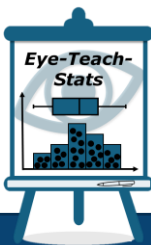


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Roos' Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



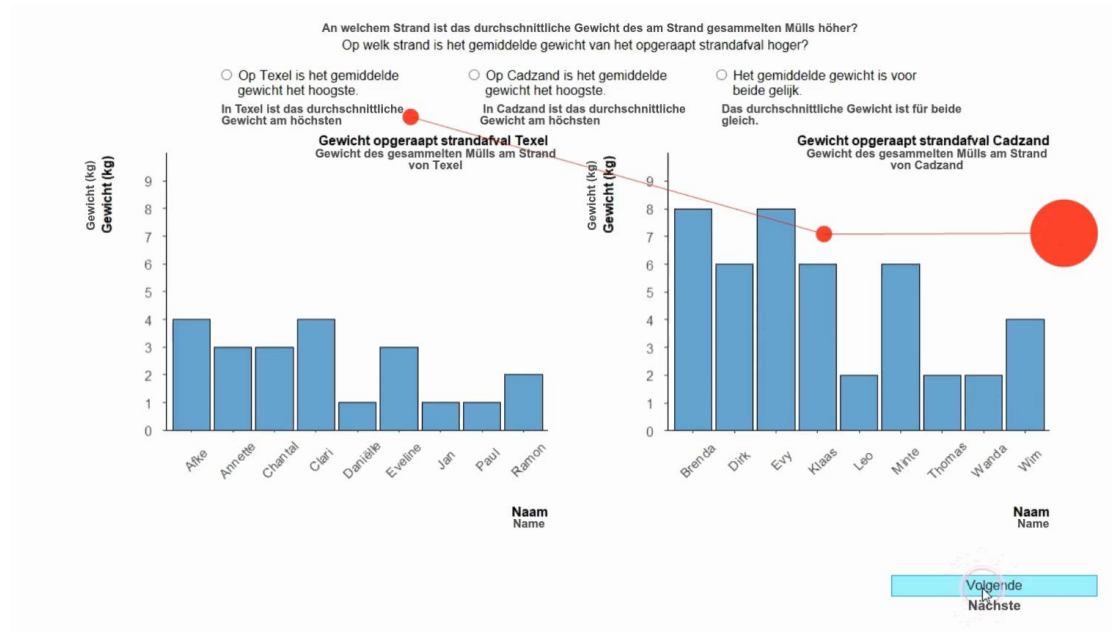
First look



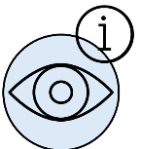
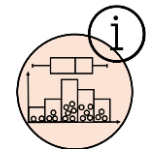
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Roos' Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihrer Schülerin Roos zeigt und auf ihre Antwort.



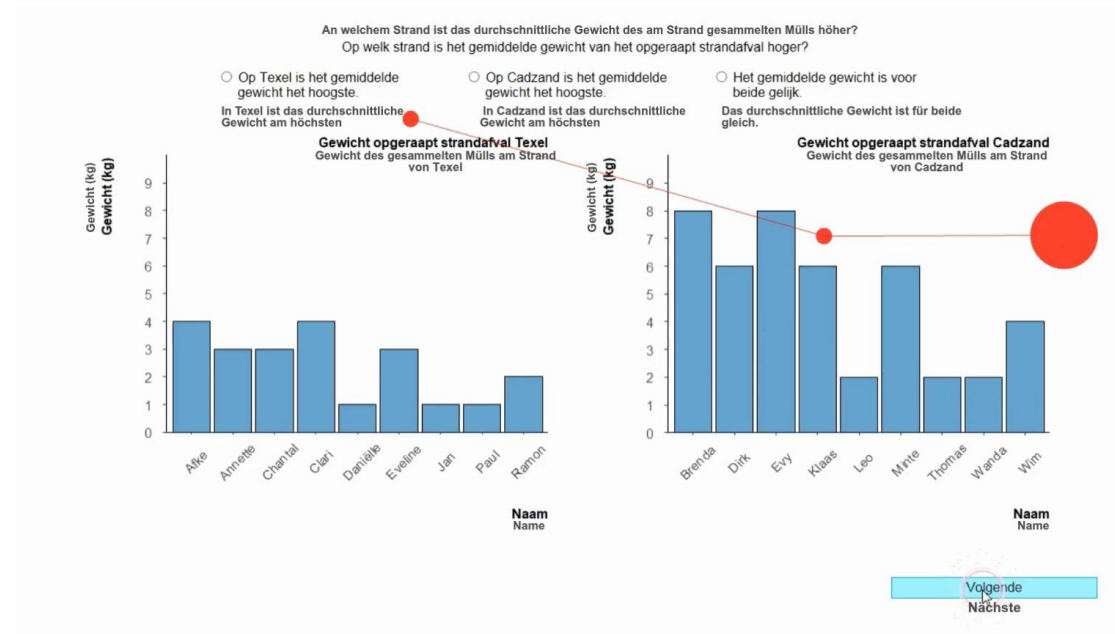
Take perspective



Co-funded by
the European Union

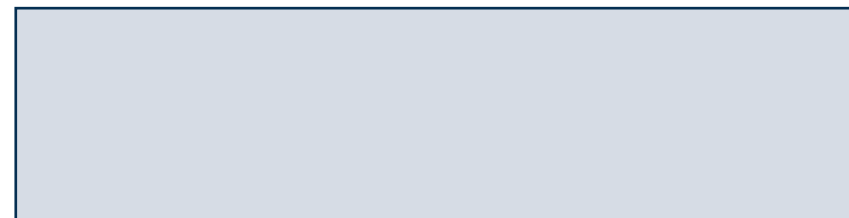
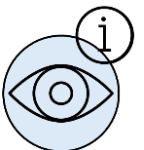
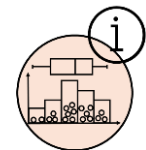
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Roos' Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich."



Nach der Aufgabe wurde Roos ihr eigenes Gaze Video gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Roos' Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



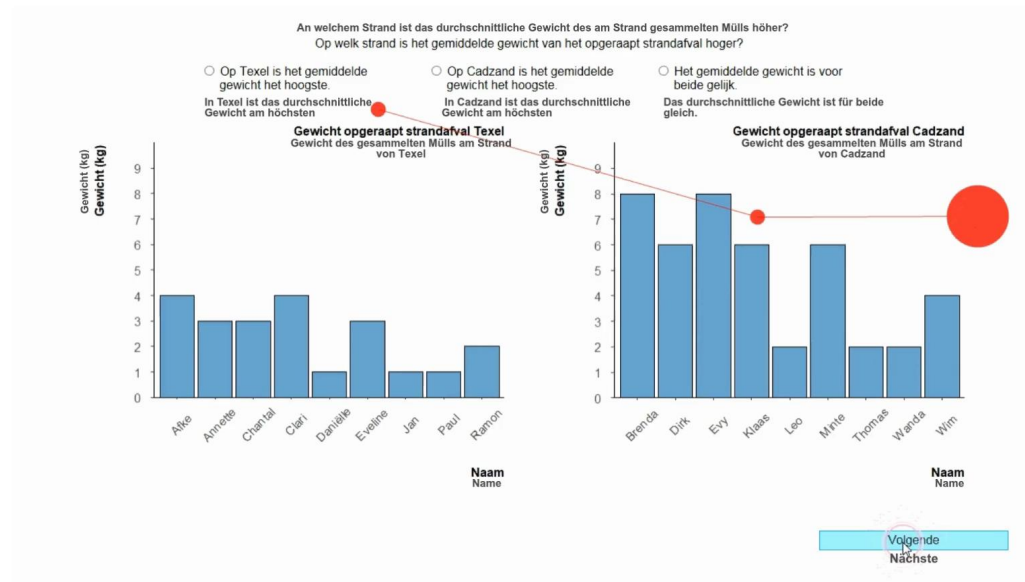
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

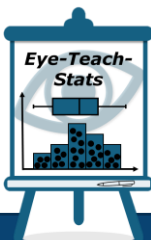
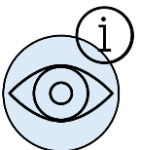
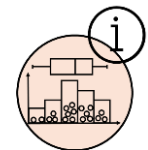
Roos' Kommentar: "Ich gehe davon aus, dass die Mittelwerte identisch sind, da ich das Gewicht in beiden Diagrammen verglichen habe. Ich habe gesehen, dass das Gewicht in einem Diagramm doppelt so hoch waren und ich habe angenommen, dass es sich um dasselbe Muster mit höheren Werten handelt. Daher war ich der Meinung, dass die Mittelwerte identisch sind."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Roos lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Roos' Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



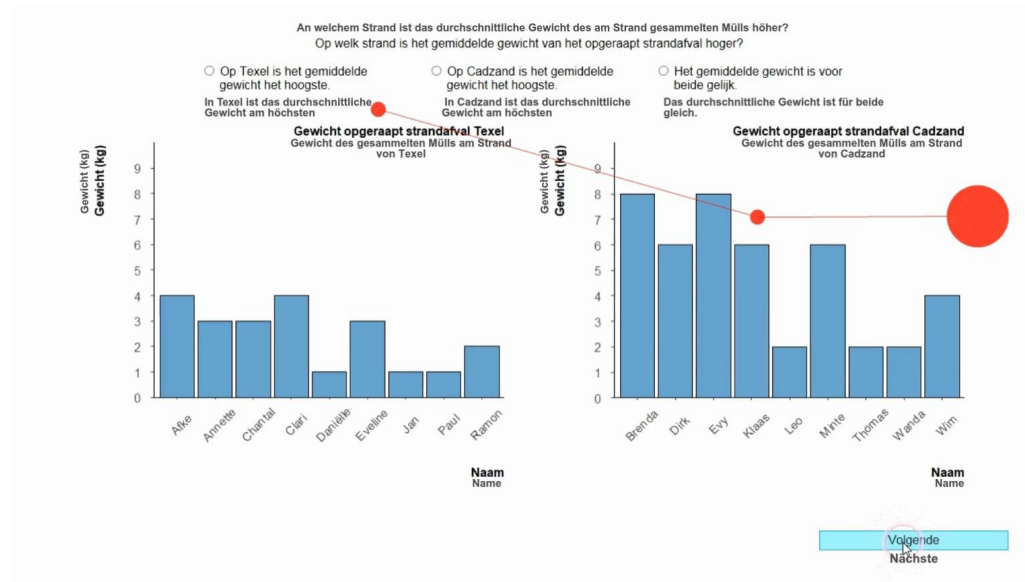
Evaluate solution



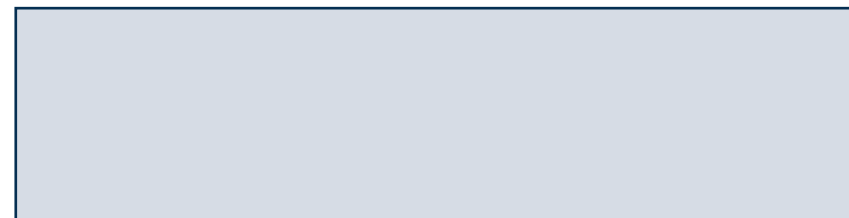
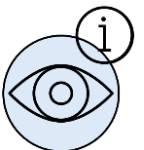
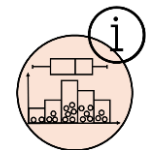
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Roos' Kommentar: "Ich gehe davon aus, dass die Mittelwerte identisch sind, da ich das Gewicht in beiden Diagrammen verglichen habe. Ich habe gesehen, dass das Gewicht in einem Diagramm doppelt so hoch waren und ich habe angenommen, dass es sich um dasselbe Muster mit höheren Werten handelt. Daher war ich der Meinung, dass die Mittelwerte identisch sind."



Bewerten Sie Roos' Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

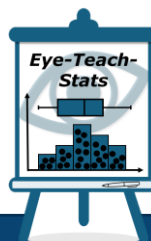
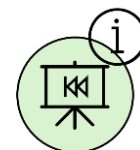
Roos hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Case-Value Plots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „**overgeneralisation of a histogram approach**“ bezeichnet wird.

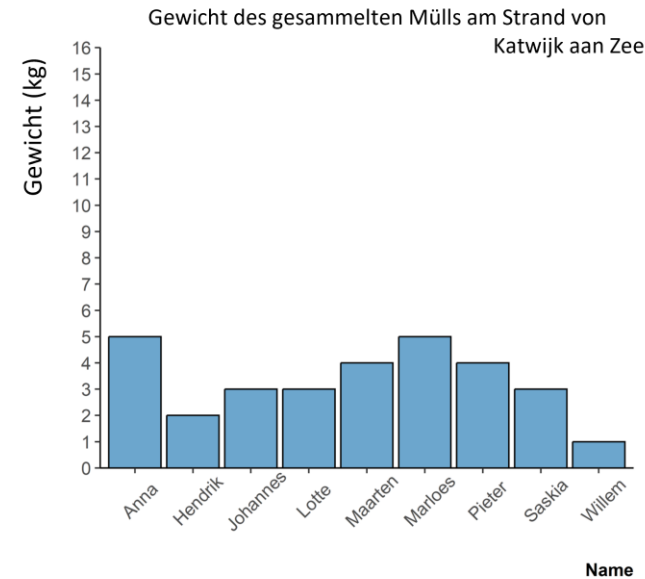
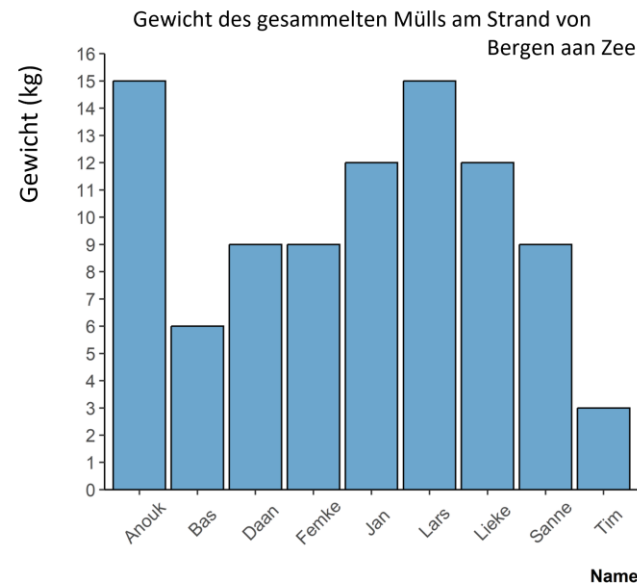
Beobachtbares Verhalten: Roos stellte fest, dass die Werte in einem Case-Value Plot im Vergleich zum anderen verdoppelt waren, das Muster jedoch identisch war. Sie interpretierte diese Verdopplung als Hinweis auf ähnliche Verteilungen und damit auf ähnliche Mittelwerte. Ihre Blickdaten zeigen, dass Roos sich auf visuelle Ähnlichkeiten und gleichwertige Säulen in den Case-Value Plot konzentrierte. Zusammen deutet dieses beobachtbare Verhalten auf einen systematischen Fehler hin, den wir als "Verallgemeinerung eines Histogramm-Ansatzes" bezeichnen, wenn man Case-Value Plots interpretiert.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Es scheint, dass Roos eine für Histogramme typische Argumentation angewandt hat (visuelle Beurteilung der Säulenhöhen und der Verteilungsform) und die scheinbare Verdopplung der Säulenhöhe als Verdopplung der Häufigkeiten interpretiert hat. Eine solche Strategie ist für Histogramme, die aggregierte Daten in Klassen darstellen, angemessen. Hier wurde sie jedoch fälschlicherweise auf Case-Value Plots übertragen, in denen jede Säule nur einen einzelnen Datenpunkt darstellt.

Zugrundeliegende konzeptionelle Schwierigkeit: Der systematische Fehler ist wahrscheinlich auf eine konzeptionelle Schwierigkeit im Zusammenhang mit dem Verhältnis zwischen dem Begriff der Verteilung und dem Begriff des Mittelwerts zurückzuführen, also auf das Verständnis, wie der Mittelwert in Case-Value Plots bestimmt und verglichen wird. In einem Case-Value Plot ändert sich durch die Veränderung der Säulenhöhe ein Messwert, der sich wiederum direkt auf den Mittelwert auswirkt. In Histogrammen ändert sich durch die Verdopplung der Höhe aller Säulen (Häufigkeiten) der Mittelwert nicht, da die Gesamtverteilung gleich bleibt und somit der Schwerpunkt und damit der Mittelwert gleich bleiben.

Alternative Strategien und korrekte Vorgehensweisen für Case-Value Plot: Es gibt verschiedene Möglichkeiten, wie Schüler:innen Case-Value Plots interpretieren können. Einige Schüler:innen verwenden beispielsweise die „Fläche“ als Ansatz zur Schätzung des Mittelwerts (eine größere Fläche entspricht einem höheren Mittelwert). Dies kann in vielen Case-Value Plots zwar richtig sein, ist jedoch eine unvollständige Strategie (z. B. wenn ein Diagramm mehr Datenpunkte enthält als ein anderes). Zur Schätzung des Mittelwerts in Case-Value Plots gilt es, zu verstehen, dass die Höhe jeder Säule der gemessene Wert ist. Die Schätzung des Mittelwerts kann beispielsweise durch gedachtes Zeichnen einer horizontalen Linie erfolgen, an der sich die Säulenhöhen ausgleichen. In Histogrammen stellen die Säulenhöhen Häufigkeiten dar und der Schwerpunkt des Diagramms entlang der horizontalen Achse entspricht in etwa dem Mittelwert.



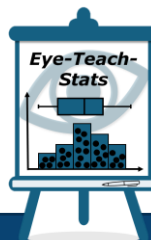
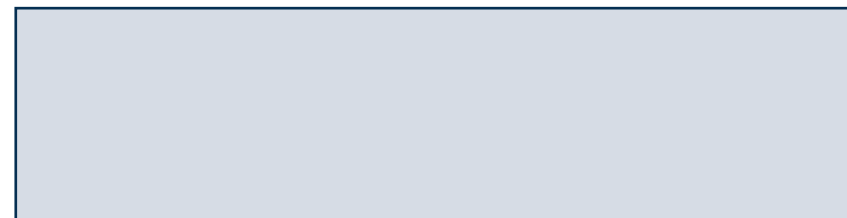


An welchem Strand ist das durchschnittliche Gewicht der gesammelten Strandabfälle höher?

- a) In Bergen aan Zee ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Katwijk aan Zee ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.

Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in macht denselben systematischen Fehler und wendet eine Histogramm-Strategie auf Case-Value Plots an.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Erwarten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

05 Case-Value Plot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer
Übergeneralisierung eines Histogramm-Ansatzes

Introducing situation



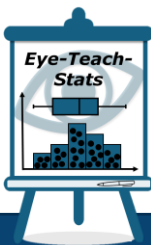
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 10. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Case-Value Plots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Aline Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Aline arbeitet.

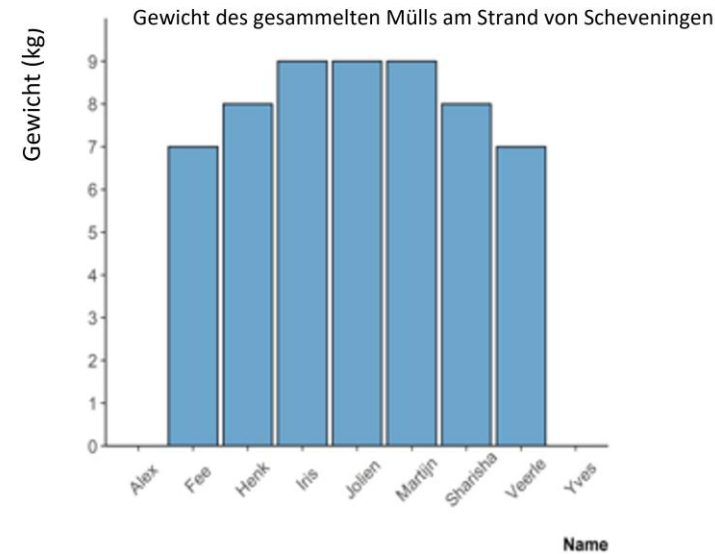
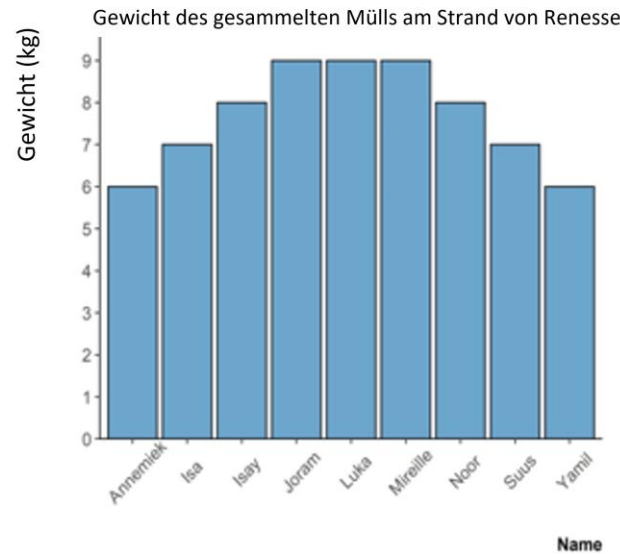


Students task



Co-funded by
the European Union

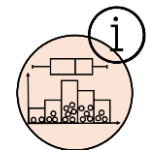
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



An welchem Strand ist das durchschnittliche Gewicht der gesammelten Strandabfälle höher?

- a) In Renesse ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.

Dies ist die Aufgabe, an der Aline arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**



- a) In Renesse ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.



Introducing eye-tracking

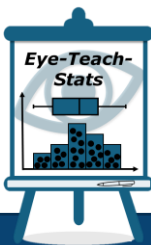


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Alines Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



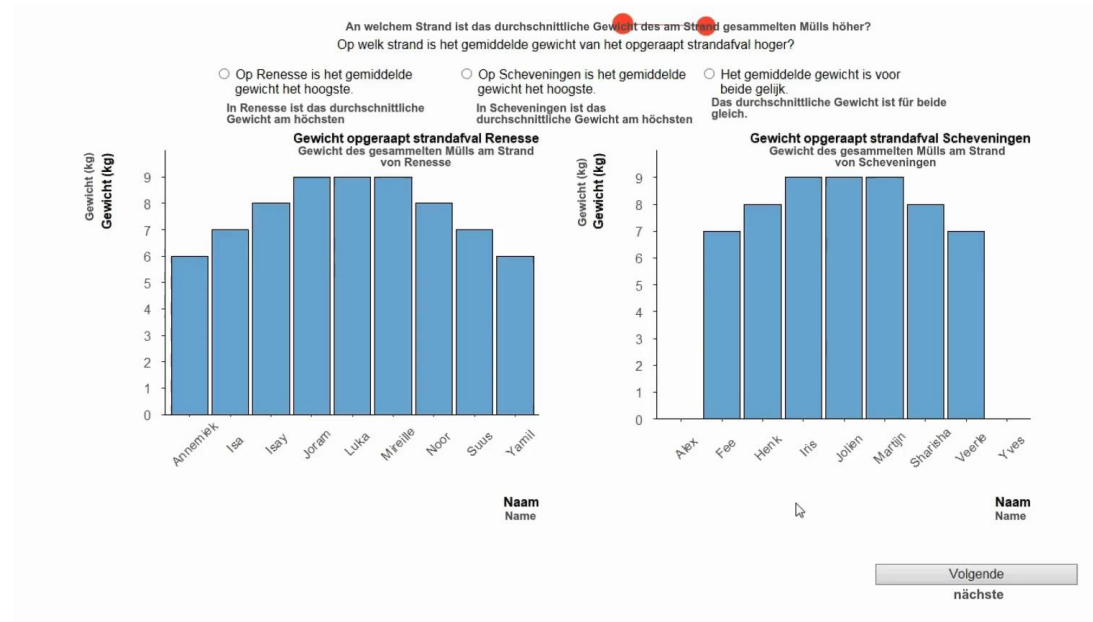
First look



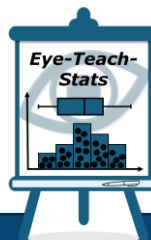
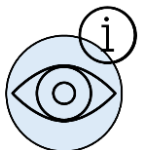
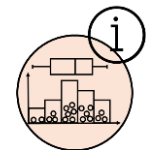
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Alines Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihrer Schülerin Aline zeigt und auf ihre Antwort.



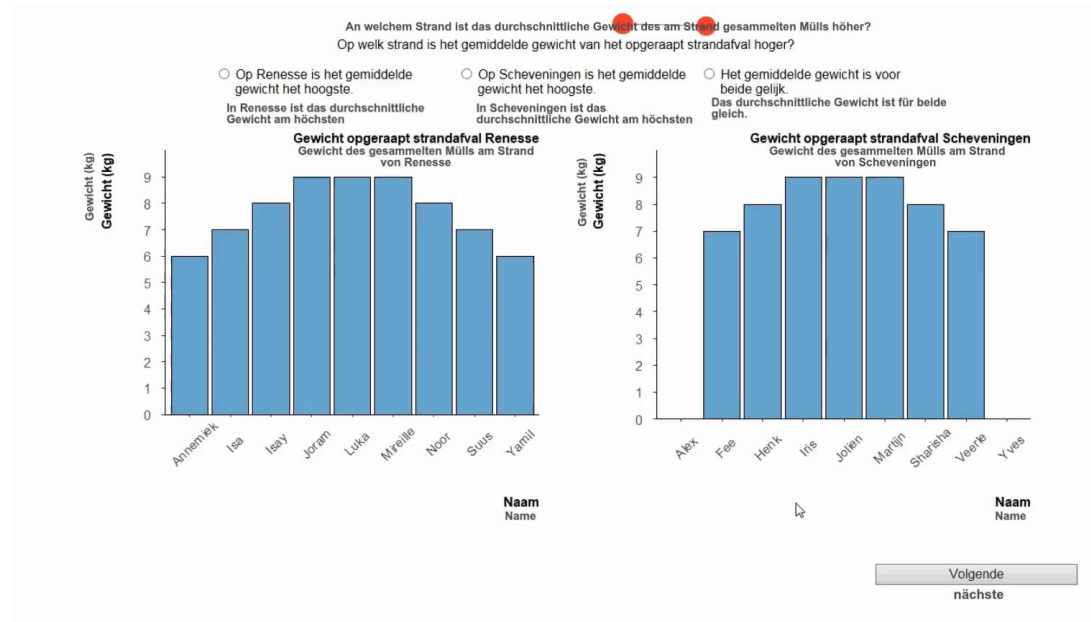
Take perspective



Co-funded by
the European Union

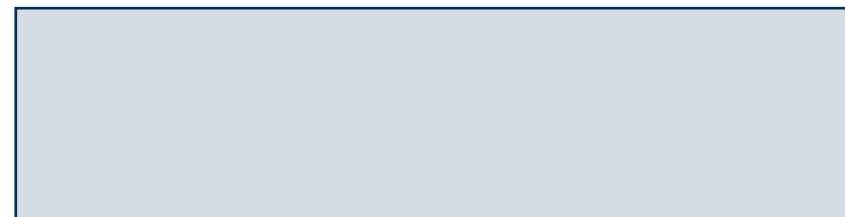
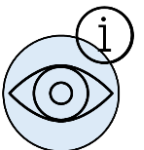
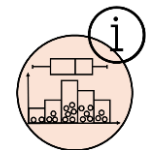
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Alines Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich."



Nach der Aufgabe wurde Aline ihr eigenes Gaze Video gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Alines Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



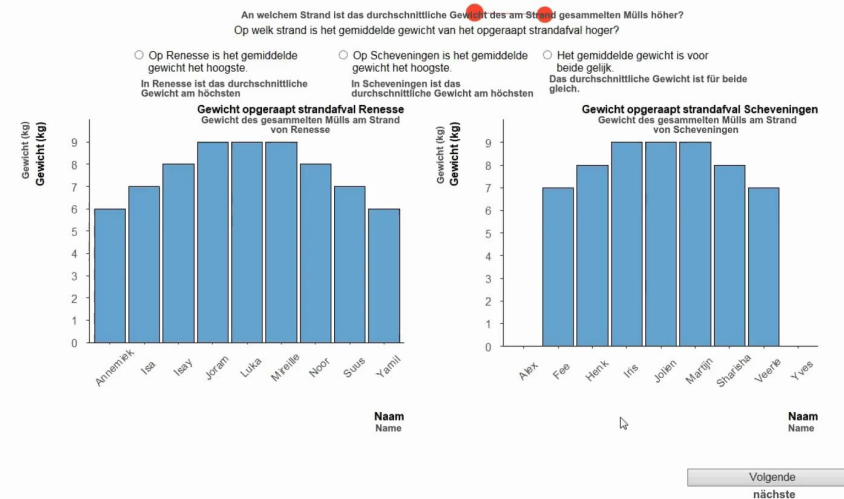
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

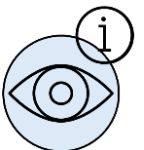
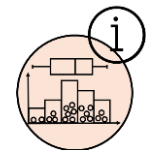
Alines Kommentar: "Als ich die Diagramme der an den beiden Stränden gesammelten Gewichte verglich, dachte ich, dass die Durchschnittsgewichte ziemlich gleich sind. Ich schaute mir die Graphen an und versuchte zu sehen, ob sich die Gewichte auf beiden Seiten ausglich. Ich dachte mir, wenn die wirklich schweren und die wirklich leichten Gewichte auf beiden Seiten gleich aussehen würden, würden sie sich gegenseitig aufheben, so dass die Mittelwerte in etwa gleich sein würden. Ich sah, dass die Säulen an beiden Enden der Diagramme gleich weit von der Mitte entfernt sind, also dachte ich, dass sie sich gegenseitig ausgleichen."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Aline lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Alines Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



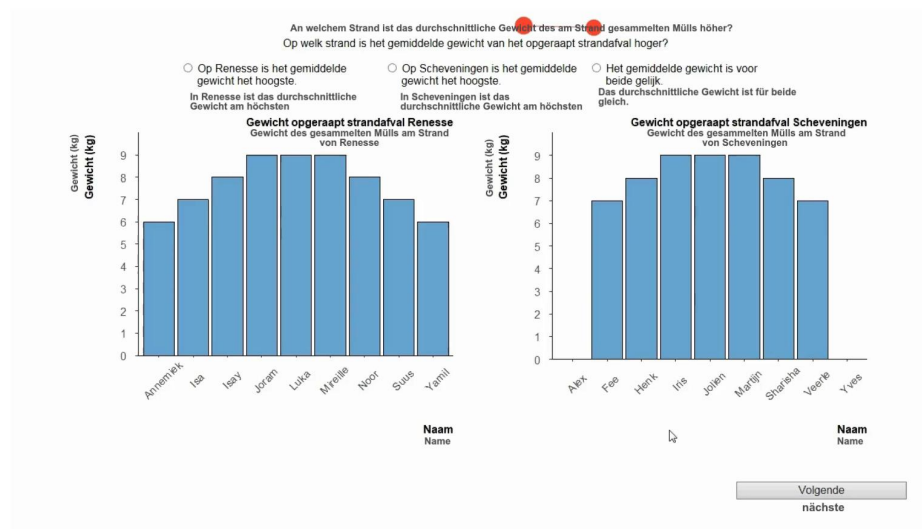
Evaluate solution



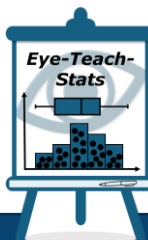
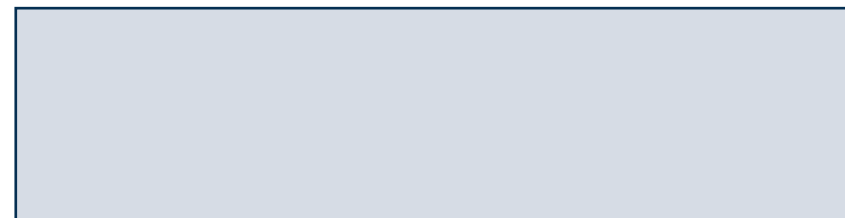
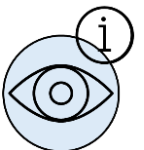
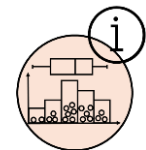
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Alines Kommentar: "Als ich die Diagramme der an den beiden Stränden gesammelten Gewichte verglich, dachte ich, dass die Durchschnittsgewichte ziemlich gleich sind. Ich schaute mir die Graphen an und versuchte zu sehen, ob sich die Gewichte auf beiden Seiten ausglich. Ich dachte mir, wenn die wirklich schweren und die wirklich leichten Gewichte auf beiden Seiten gleich aussehen würden, würden sie sich gegenseitig aufheben, so dass die Mittelwerte in etwa gleich sein würden. Ich sah, dass die Säulen an beiden Enden der Diagramme gleich weit von der Mitte entfernt sind, also dachte ich, dass sie sich gegenseitig ausgleichen."



Bewerten Sie Alines Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

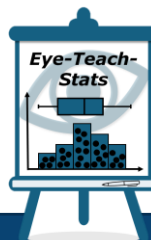
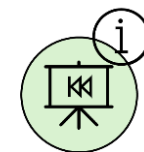
Aline hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Case-Value Plots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „**overgeneralisation of a histogram approach**“ bezeichnet wird.

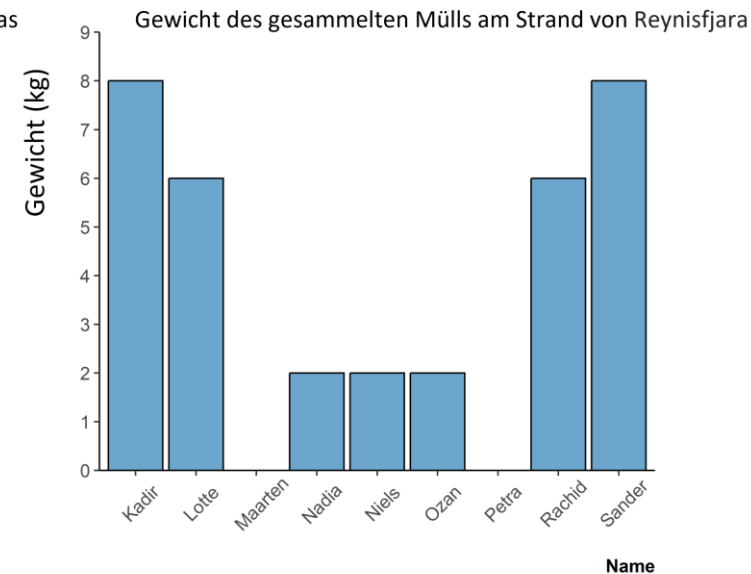
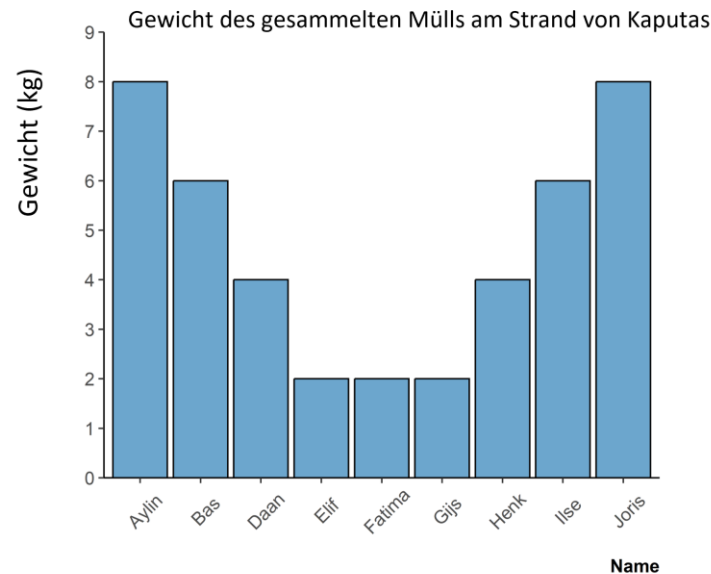
Beobachtbares Verhalten: Aline erklärte, dass sich die Gewichte [Säulen] in jedem Diagramm ausgleichen und gegenseitig aufheben. Ihre Blickdaten zeigen, dass sie ähnliche Säulen verglichen und auch auf die Säulen mit dem Wert Null geachtet hat. Zusammen deutet dieses beobachtbare Verhalten auf einen systematischen Fehler hin, den wir als "Verallgemeinerung eines Histogramm-Ansatzes" bezeichnen, wenn sie Case-Value Plots interpretiert.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Es scheint, als habe Aline eine für Histogramme typische Vorgehensweise angewandt: Sie hat nach dem Schwerpunkt gesucht und die Verteilungsform sowie die Symmetrie visuell beurteilt. Anschließend hat sie diese als ähnlich interpretiert, sodass der Mittelwert ungefähr gleich ist, obwohl in einem Diagramm zwei Nullsäulen vorhanden sind. Eine solche Strategie ist für Histogramme geeignet, die aggregierte Daten in Klassen anzeigen und bei denen der Punkt auf der horizontalen Achse, an dem das Diagramm im Gleichgewicht ist, tatsächlich der Mittelwert ist. Sie wurde hier jedoch fälschlicherweise auf Case-Value Plots übertragen, bei denen jede Säule nur einen einzelnen Datenpunkt darstellt.

Zugrundeliegende konzeptionelle Schwierigkeit: Der systematische Fehler ist wahrscheinlich auf eine konzeptionelle Schwierigkeit im Zusammenhang mit dem Verhältnis zwischen dem Begriff „Verteilung“ und dem Begriff „Mittelwert“ zurückzuführen, also auf das Verständnis, wie der Mittelwert in Case-Value Plots bestimmt und verglichen wird. Aline wandte auf diese Case-Value Plots Strategien an, die für Histogramme geeignet sind. In Histogrammen werden die Messwerte entlang der horizontalen Achse dargestellt und in Klassen (Intervalle) gruppiert. Eine für Histogramme geeignete Strategie für den Durchschnitt ist dann die Suche nach dem Schwerpunkt auf der horizontalen Achse unter Verwendung der Symmetrie der Verteilung. Diese Strategie ist für die Ermittlung des Durchschnitts in einem Case-Value Plot ungeeignet, da die Messwerte entlang der vertikalen Achse stehen und jede Säule eine separate Messung darstellt. Aline ignorierte außerdem den Einfluss von zwei Säulen mit der Höhe Null, zwei Schüler:innen sammelten keinen Müll, was sich in einem Case-Value Plot stark auf den Durchschnitt auswirkt. Im Gegensatz zu Histogrammen, in denen Werte gruppiert werden, stellt jede Säule in einem Case-Value Plot eine einzelne Messung dar.

Alternative Strategien und korrekte Vorgehensweisen für Case-Value Plots: Es gibt verschiedene Möglichkeiten, wie Schüler:innen Case-Value Plots angehen können. Einige Schüler:innen verwenden beispielsweise die „Fläche“ als Ansatz zur Schätzung des Mittelwerts (eine größere Fläche entspricht einem höheren Mittelwert). Dies kann in vielen Case-Value Plots zwar richtig sein, ist jedoch eine unvollständige Strategie (z. B. wenn ein Diagramm mehr Datenpunkte enthält als ein anderes). Eine korrekte Methode zur Schätzung des Mittelwerts in Case-Value Plots besteht darin, zu verstehen, dass die Höhe jeder Säule der gemessene Wert ist. Die Schätzung des Mittelwerts könnte beispielsweise durch visuelles Zeichnen einer horizontalen Linie erfolgen, an der sich die Säulenhöhe ausgleicht. In Histogrammen stellen die Säulenhöhen Häufigkeiten dar, und der Schwerpunkt des Diagramms entlang der horizontalen Achse entspricht in etwa dem Mittelwert.



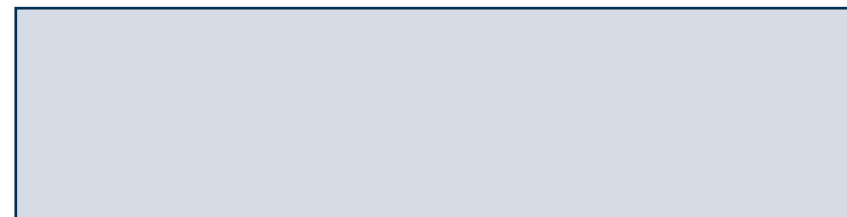


An welchem Strand ist das durchschnittliche Gewicht der gesammelten Strandabfälle höher?

- a) In Kaputas ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Reynisfjara ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.

Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in macht denselben systematischen Fehler und wendet eine Histogramm-Strategie auf Case-Value Plots an.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Erwarten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

06 Dotplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem paarweisen Stapelvergleich

Introducing situation



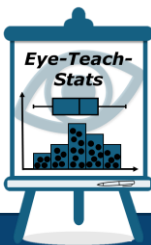
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 6. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen Ihre Schüler:innen in den Vergleich von Datenverteilungen mithilfe von Dotplots ein.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Zeyd Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihm gestellt haben. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Zeyd arbeitet.



Students task



Co-funded by
the European Union

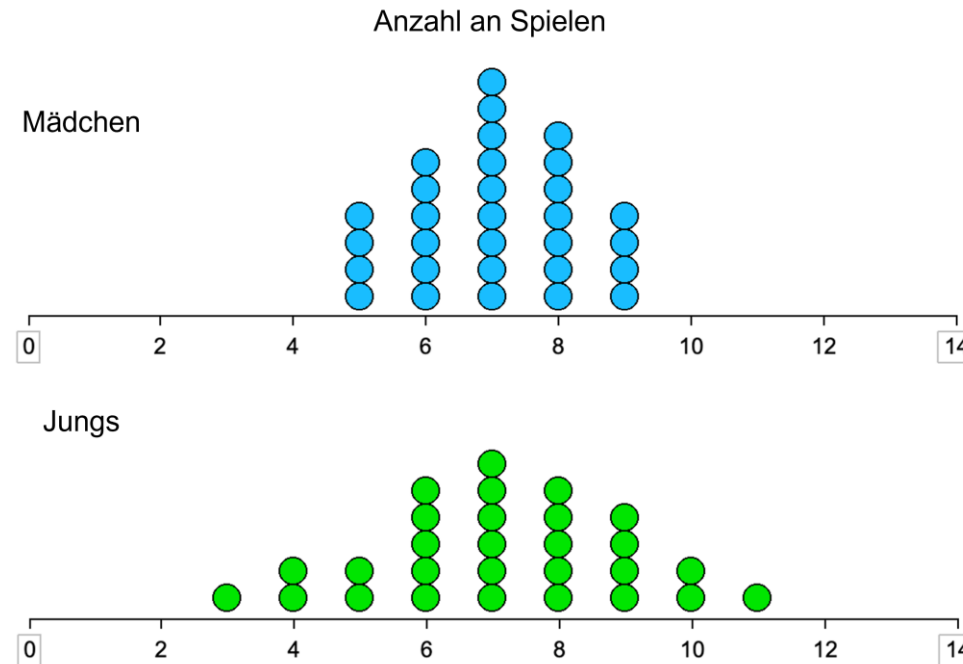
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Unterscheiden sich Mädchen und Jungen in der Anzahl der Spiele, die sie auf ihren Handys haben?

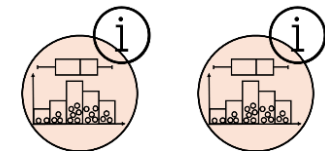
Zu dieser Frage wurde in der Parkschule eine Umfrage mit 30 Mädchen und 28 Jungs durchgeführt. Vergleiche die beiden Stichproben und werte sie anschließend aus:

Die Daten aus den Stichproben stimmen mit der Annahme überein, dass

- a) Mädchen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- b) Jungs viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- c) Jungs und Mädchen ungefähr die gleiche Anzahl von Spielen auf ihrem Handy haben.



Dies ist die Aufgabe, an der Zeyd arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



- a) Mädchen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- b) Jungs viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- c) Jungs und Mädchen ungefähr die gleiche Anzahl von Spielen auf ihrem Handy haben.



Introducing eye-tracking

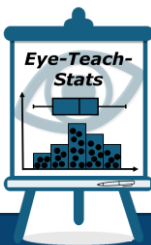


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Zeyds Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



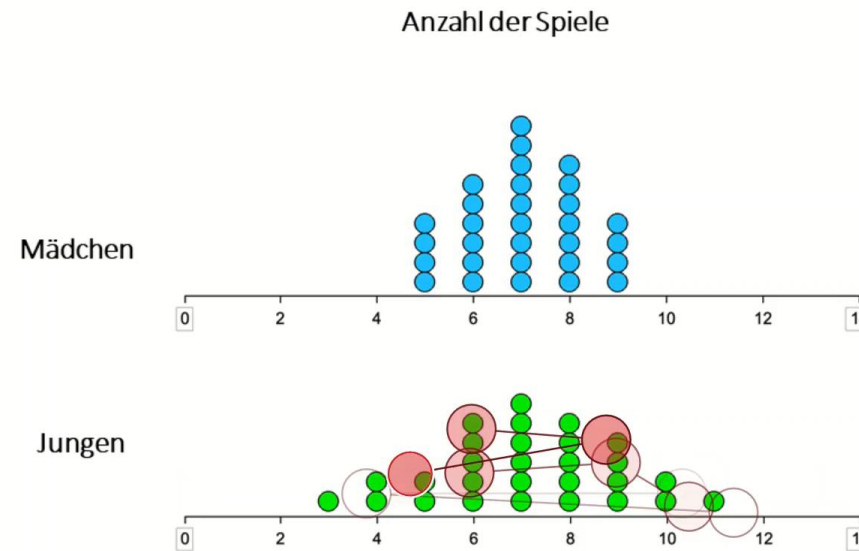
First look



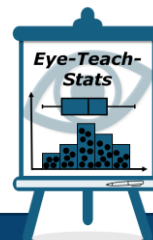
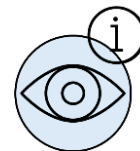
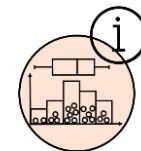
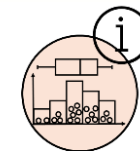
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zeyds Antwort: "Ich würde sagen a). Die Mädchen haben viel mehr Spiele auf ihren Handys."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihres Schülers Zeyd zeigt und auf seine Antwort.



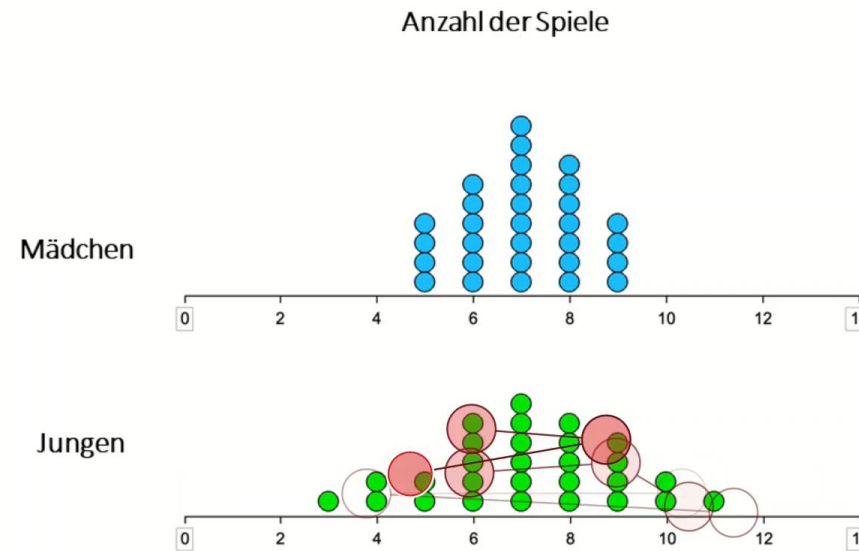
Take perspective



Co-funded by
the European Union

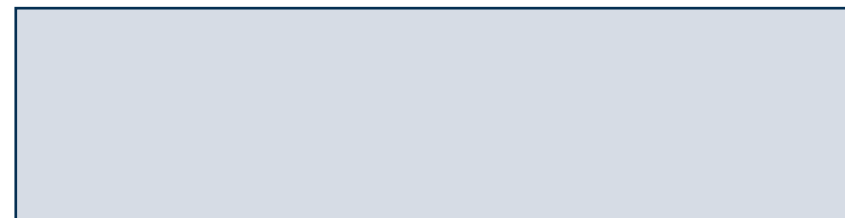
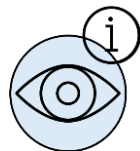
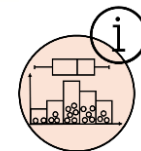
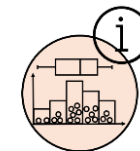
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zeyds Antwort: "Ich würde sagen a). Die Mädchen haben viel mehr Spiele auf ihren Handys."



Nach der Aufgabe wurde Zeyd sein eigenes Gaze Video gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Zeyds Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



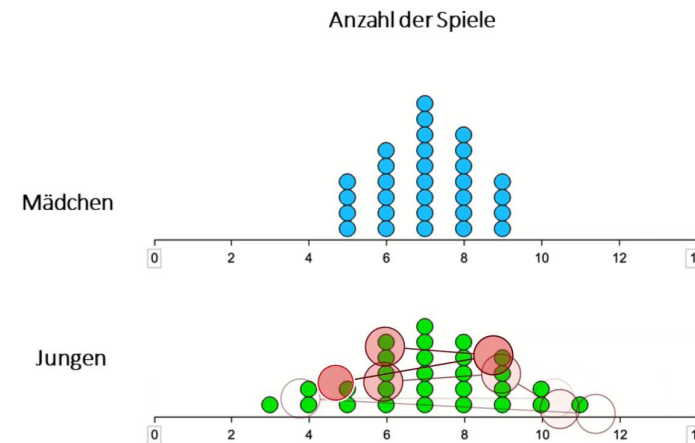
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

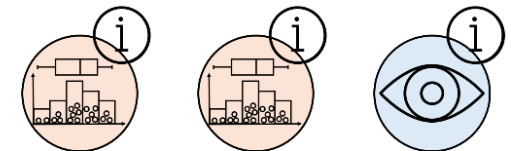
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zeyds Kommentar: "Ich habe geschaut, wie viele Punkte es gibt, und dann habe ich sie verglichen. Zum Beispiel haben Jungen und Mädchen die gleiche Anzahl von Punkten bei neun, aber die Mädchen haben mehr Punkte bei sieben und acht und so weiter. Die kleinen Stapel an der Außenseite bei den Jungen sind nicht so wichtig. Deshalb denke ich, dass die Mädchen mehr Spiele haben."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Zeyd lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Zeyds Kommentar mit dem übereinstimmt, was sie angenommen haben.



- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



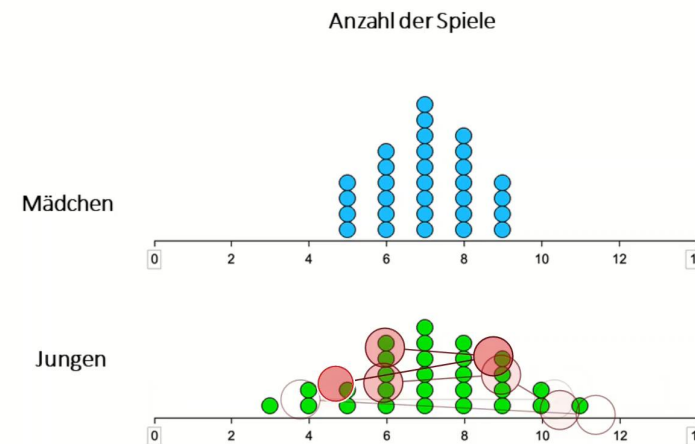
Evaluate solution



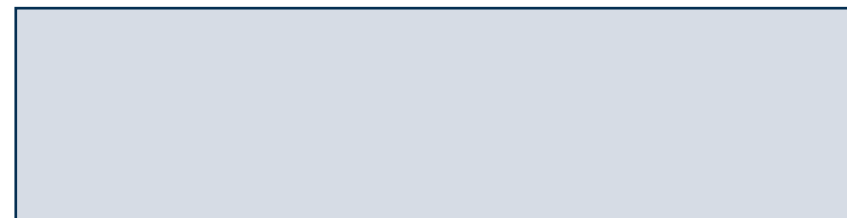
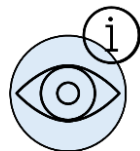
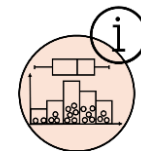
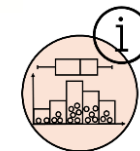
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zeyds Kommentar: "Ich habe geschaut, wie viele Punkte es gibt, und dann habe ich sie verglichen. Zum Beispiel haben Jungen und Mädchen die gleiche Anzahl von Punkten bei neun, aber die Mädchen haben mehr Punkte bei sieben und acht und so weiter. Die kleinen Stapel an der Außenseite bei den Jungen sind nicht so wichtig. Deshalb denke ich, dass die Mädchen mehr Spiele haben."



Bewerten Sie Zeyds Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

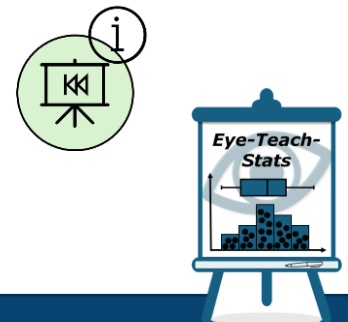
Den Fehler verstehen:

Zeyd hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Dotplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der **“pairwise stack comparison”**, genannt wird.

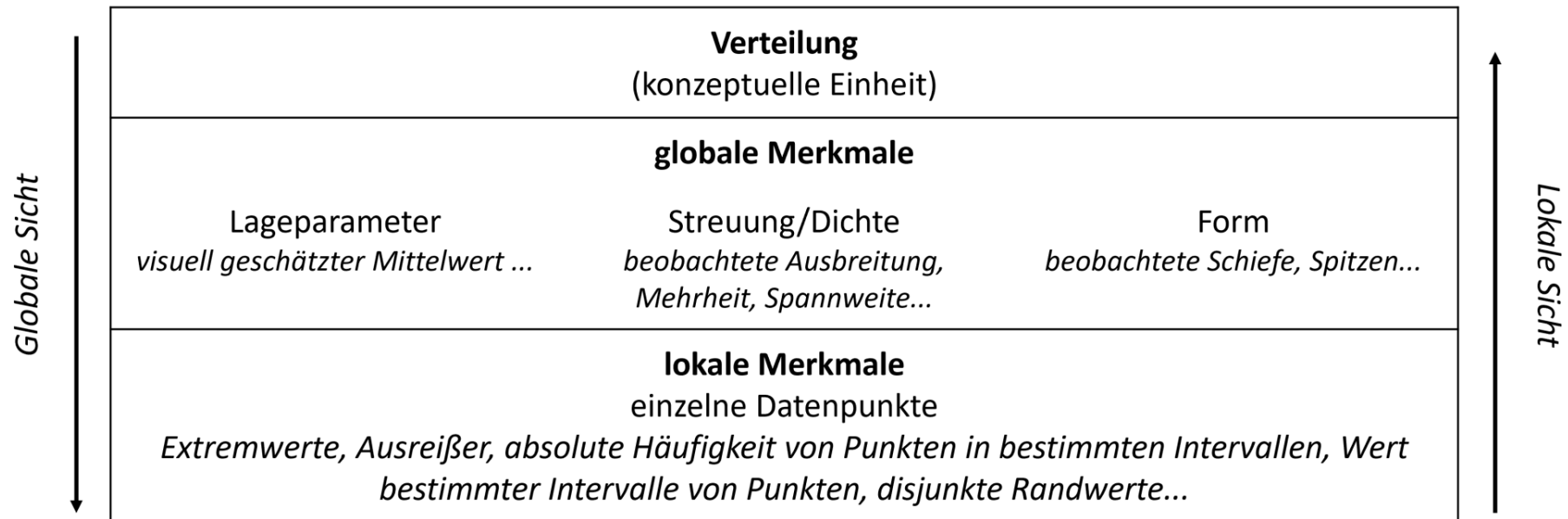
Interpretation des Verhaltens: Anhand der Blickvideos und seines Kommentars können wir sehen, dass Zeyds Blick von einer Verteilung zur anderen wandert und sich dabei hauptsächlich auf vergleichbare Stapel konzentriert. Er zählt die Anzahl der Punkte als einzelne Datenpunkte und vergleicht die Stapel miteinander. Er konzentriert sich auf die Verteilung als eine Sammlung einzelner Datenpunkte.

Fehler und zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeiten verstehen: Beim Vergleich von Stichproben unterschiedlicher Größe müssen jedoch die Häufigkeiten in Relation zueinander gesetzt werden. Die Verteilung soll nicht nur als eine Sammlung einzelner Datenpunkte gesehen werden, sondern es sollen auch globalen Merkmale berücksichtigt werden. Der systematische Fehler liegt in dieser unpassenden Verwendung einer lokalen Sichtweise. Ein zentrales Ziel des Statistikunterrichts ist es, den Schüler:innen zu helfen, eine "globale Sicht" auf Verteilungen zu entwickeln. Bei dieser Sichtweise nehmen die Schüler:innen Verteilungen als konzeptionelle Einheiten mit allgemeinen Merkmalen wie Zentrum, Streuung und Form wahr.

Auf der nächsten Folie sehen Sie eine Übersicht über lokale und globale Merkmale, die beim Vergleich von Verteilungen berücksichtigt werden können.

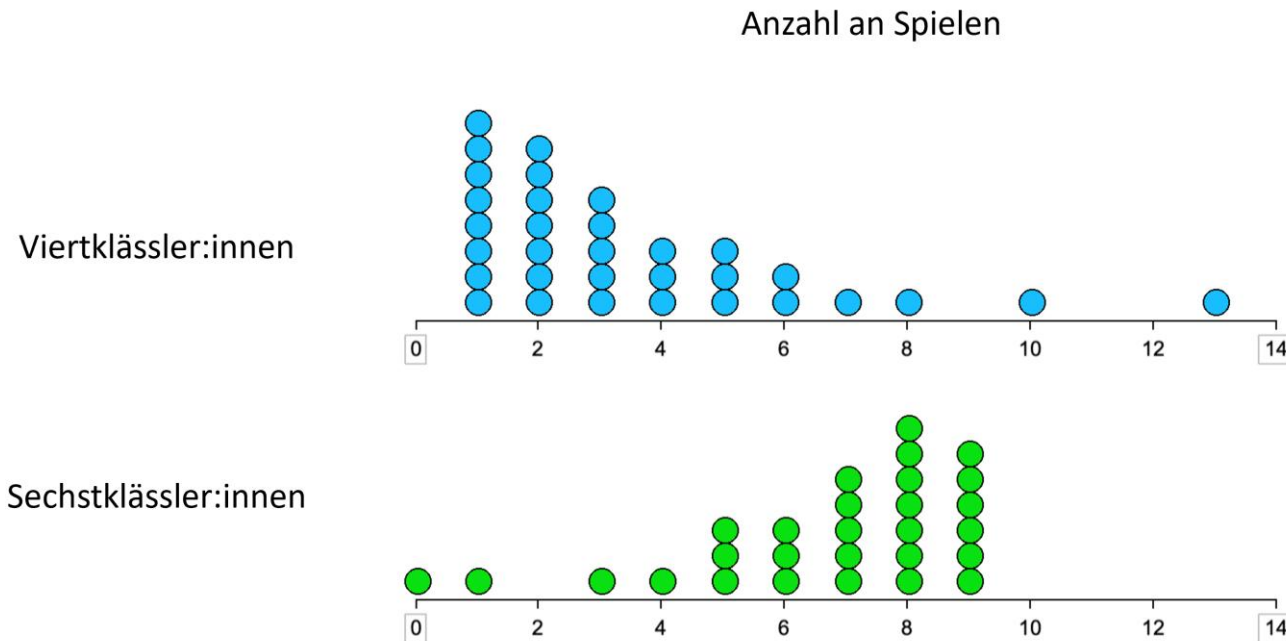


Betrachtungen von Datenverteilung: lokale vs. globale Sichtweise



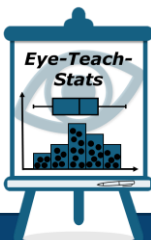
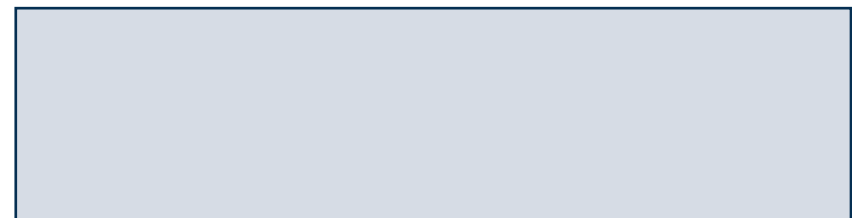
Angepasst nach Schreiter & Vogel, 2023 (übersetzt von Autor:innen)

Unterscheiden sich Viertklässler:innen und Sechstklässler:innen hinsichtlich der Anzahl der Spiele, die sie auf ihren Handys haben? Eine Umfrage zu dieser Frage wurde an der Park School mit 32 Schüler:innen der Klasse 4 und 28 Schüler:innen der Klasse 6 durchgeführt. Vergleiche die beiden Stichproben und werte sie anschließend aus:



Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in macht denselben systematischen Fehler und vergleicht paarweise die Stapel.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Würde die Strategie zu einer richtigen Antwort führen? Warum, oder warum nicht?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

07 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem
paarweisen Säulenvergleich

Introducing situation



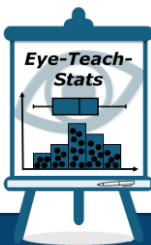
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse zum Thema Dateninterpretation und Sie führen Ihre Schüler:innen in den Vergleich von Datenverteilungen anhand von Histogrammen ein.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Sem Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihm gestellt haben. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Sem arbeitet.

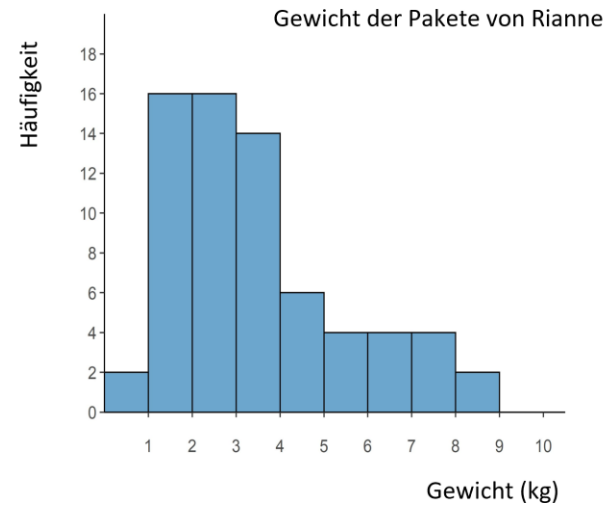
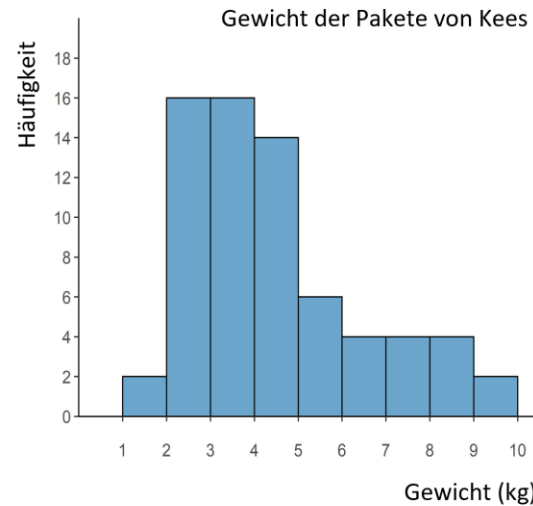


Students task



Co-funded by
the European Union

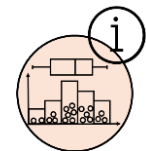
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



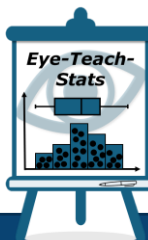
Welche:r Postmitarbeiter:in stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu?

- a) Kees stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Rianne stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.

Dies ist die Aufgabe, an der Sem arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**



- a) Kees stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Rianne stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.



Introducing eye-tracking

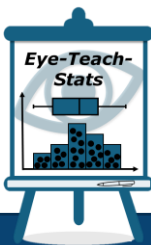


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Sems Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



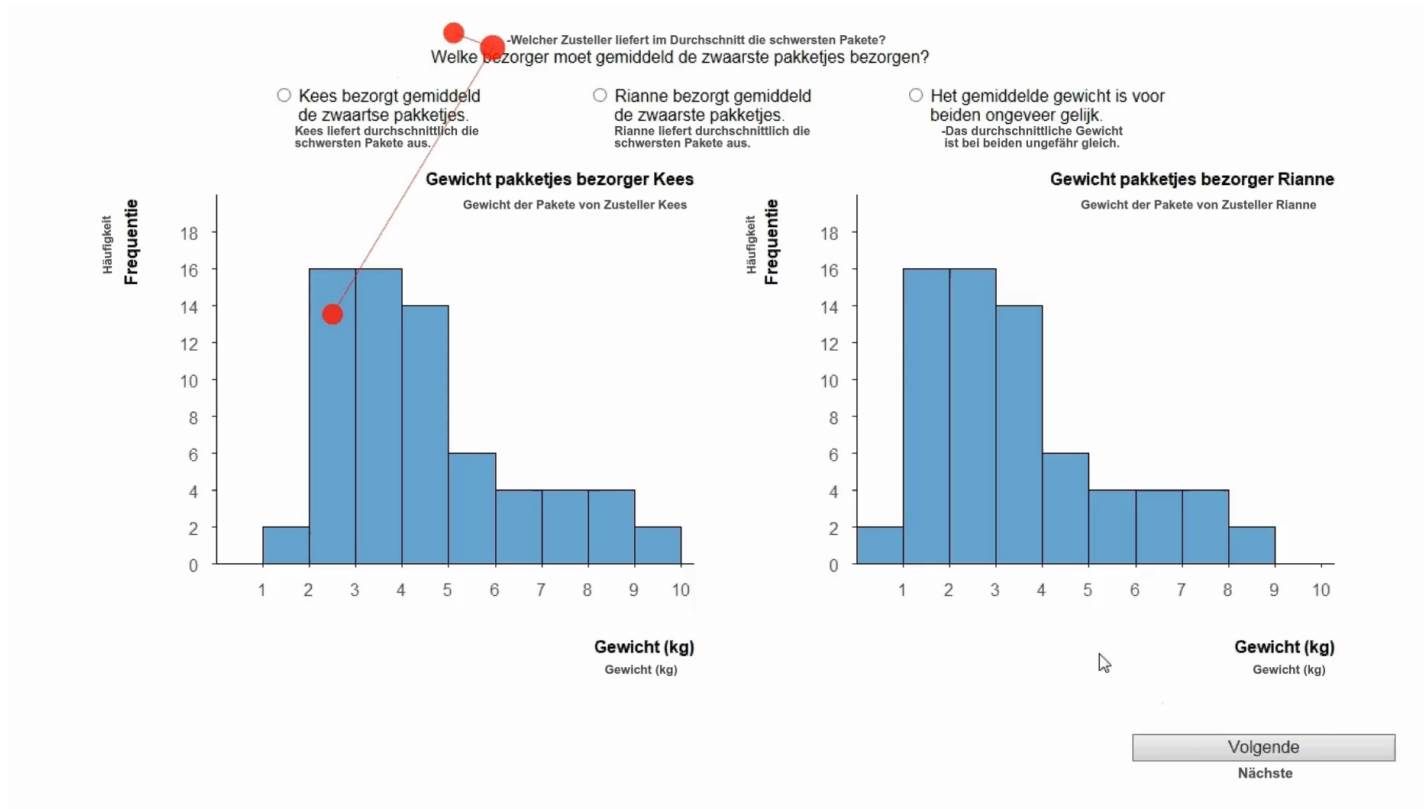
First look



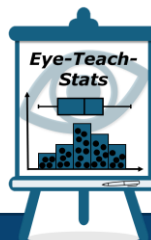
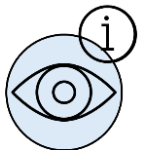
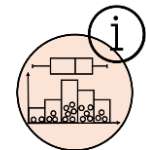
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sems Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihres Schülers Sem zeigt und auf seine Antwort.



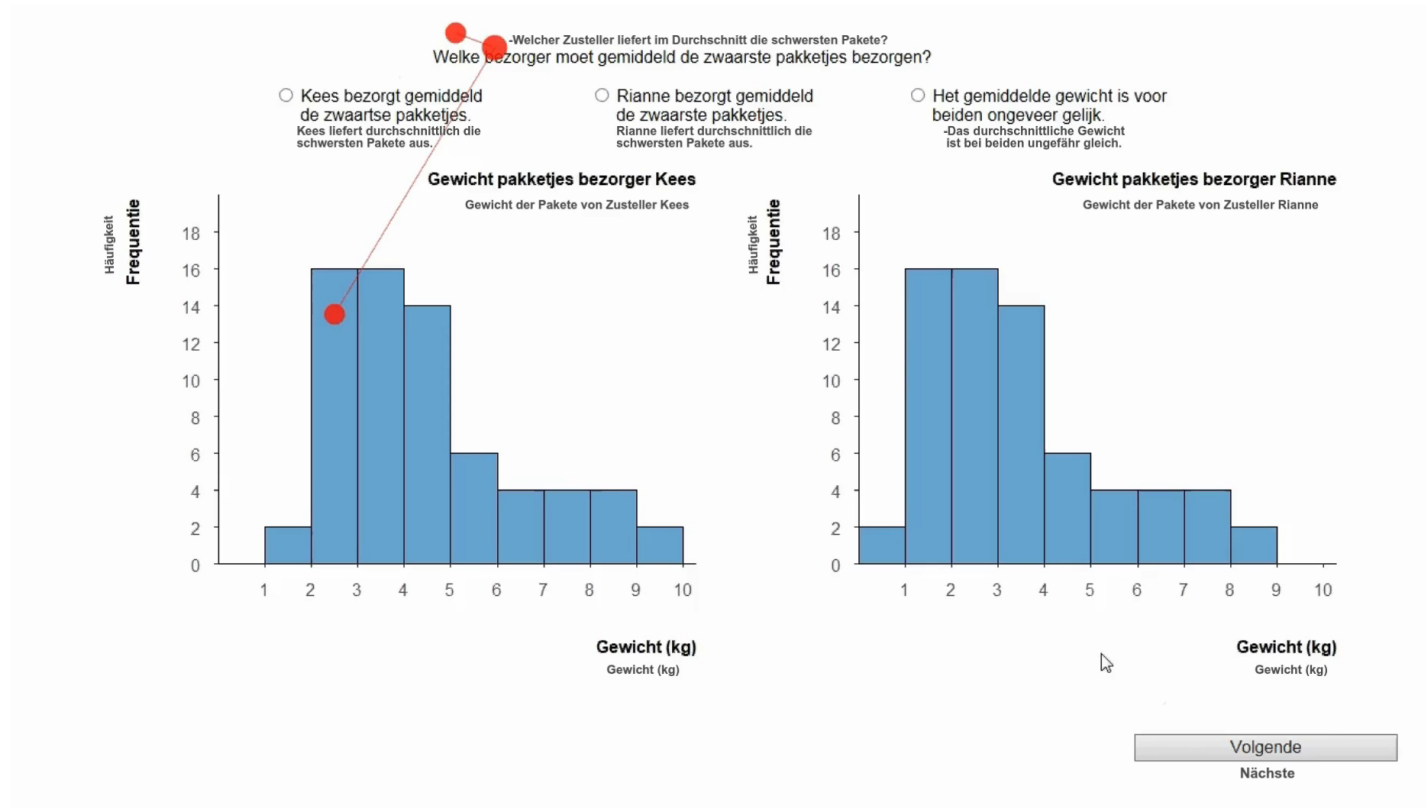
Take perspective



Co-funded by
the European Union

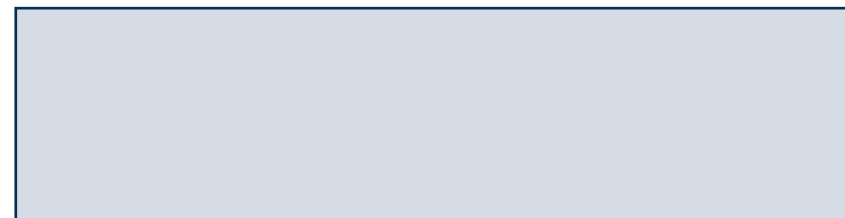
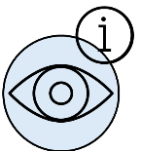
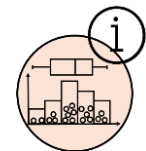
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sems Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich."



Nach der Aufgabe wurde Sem sein eigenes Gaze Video gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Sems Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



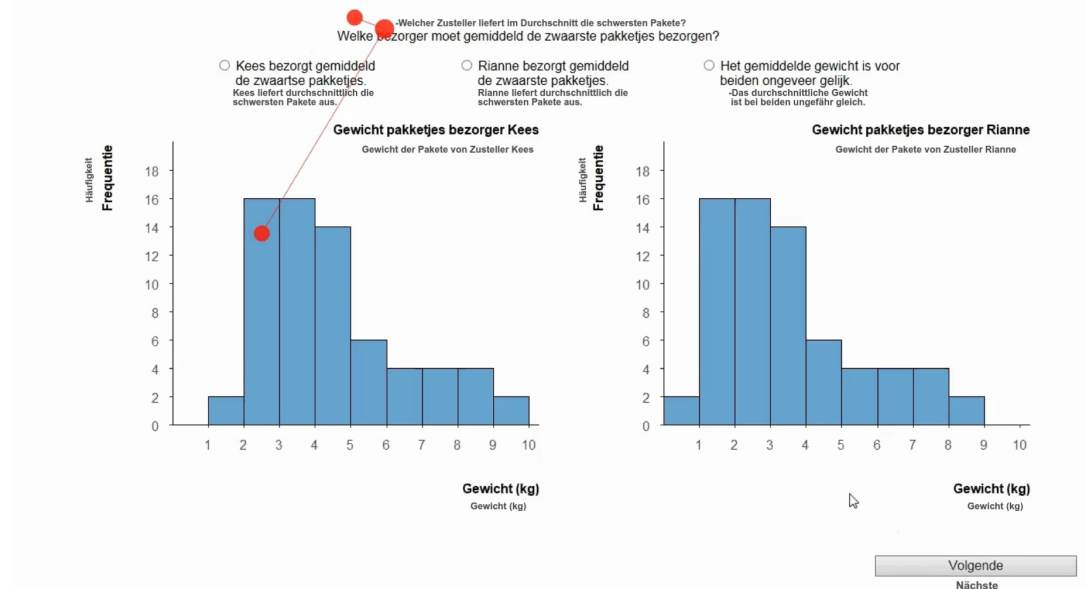
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sems Kommentar: "Ich habe beobachtet, dass Kees schwerere Pakete mit weniger leichten Paketen hatte und Rianne überwiegend leichtere Pakete mit weniger schweren Paketen. Die Verteilung war jedoch ähnlich. Ich habe die einzelnen Stapelpaare in den Histogrammen verglichen und es schien, als würden sich die Unterschiede in den Stapeln gegenseitig ausgleichen, sodass ich davon ausgehe, dass die ungefähren Durchschnittswerte identisch waren."

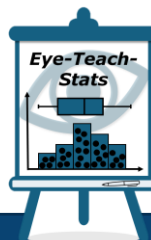
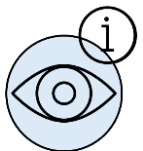
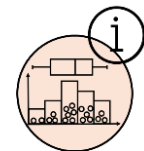


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Sem lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Sems Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



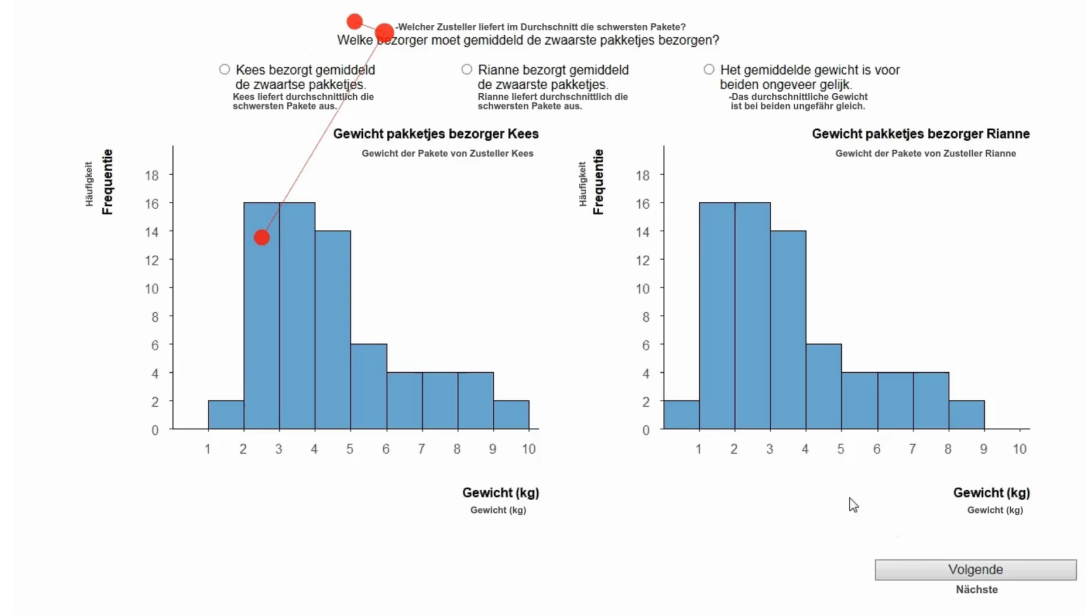
Evaluate solution



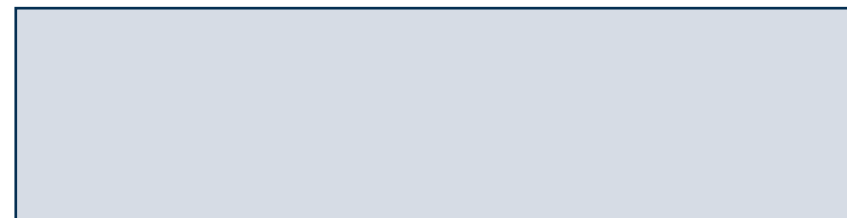
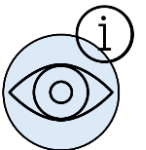
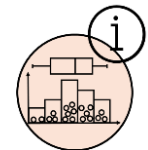
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sems Kommentar: "Ich habe beobachtet, dass Kees schwerere Pakete mit weniger leichten Paketen hatte und Rianne überwiegend leichtere Pakete mit weniger schweren Paketen. Die Verteilung war jedoch ähnlich. Ich habe die einzelnen Stapelpaare in den Histogrammen verglichen und es schien, als würden sich die Unterschiede in den Stapeln gegenseitig ausgleichen, sodass ich davon ausgehe, dass die ungefähren Durchschnittswerte identisch waren."



Bewerten Sie Sems Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

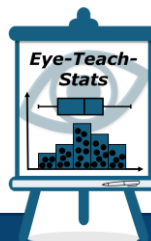
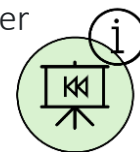
Den Fehler verstehen:

Sem hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der **“pairwise stack comparison”**, genannt wird.

Beobachtbares Verhalten: Sem erklärte, dass er die Stapel beider Histogramme verglichen habe und davon ausgegangen sei, dass sich die Unterschiede aufheben würden, woraus er schloss, dass die Mittelwerte ähnlich seien. Wir können beobachten, dass Sems Blick von einem Stapel in einem Histogramm zu einem vergleichbaren Stapel im anderen Histogramm wanderte. Dies deutet auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir in der Interpretation von Histogrammen als "Überbetonung lokaler Merkmale: pairwise stack comparison" bezeichnen.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Es scheint, dass Sem einen paarweisen Vergleich einzelner Stapel in den beiden Histogrammen vorgenommen hat. Sein Blickmuster spiegelt einen fokussierten Vergleich einzelner Säulen wider, anstatt die Histogramme als Ganzes zu betrachten. In einem Histogramm werden Daten in Klassen zusammengefasst, und der Vergleich einzelner Säulen ohne Berücksichtigung der Gesamtverteilung führt zu falschen Schlussfolgerungen über die ungefähren Mittelwerte. Sem hat dabei übersehen, dass die Verschiebung nach rechts (im linken Histogramm) zu einem höheren arithmetischen Mittelwert führt, sodass er die globale Verschiebung in den Verteilungen nicht berücksichtigt hat. Für eine korrekte Interpretation des Mittelwerts ist jedoch eine Bewertung der Gesamtverteilung und der Verschiebungen der Daten erforderlich und nicht der isolierte Vergleich einzelner Säulen.

Zugrundeliegende konzeptionelle Schwierigkeit: Der systematische Fehler von Sem ist wahrscheinlich auf eine zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit mit den Begriffen Daten und Verteilung zurückzuführen. Bei der Interpretation von Histogrammen verwendete er lokale Merkmale (paarweiser Stapelvergleich) und ignorierte globale Merkmale (die Verschiebung der Verteilung). Eine korrekte Interpretation erfordert die Berücksichtigung der Gesamtverteilung und ihrer Verschiebungen und nicht isolierte Säulenvergleiche.

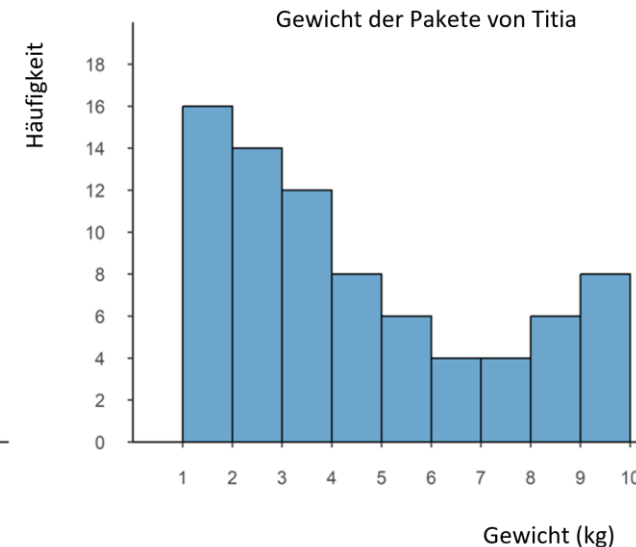
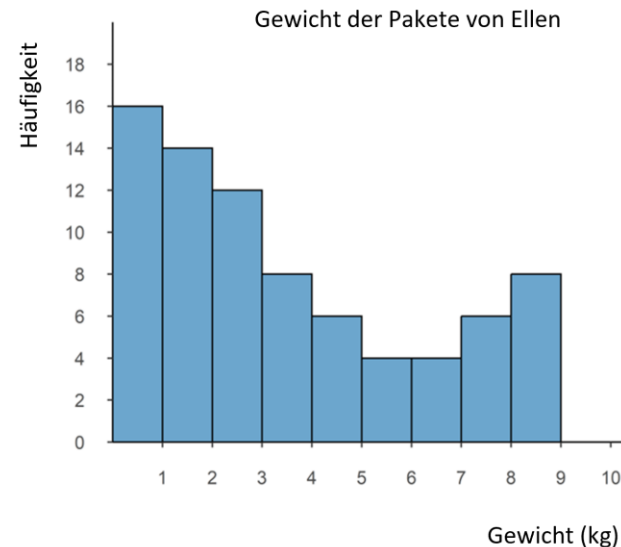


Betrachtungen von Datenverteilung: lokale vs. globale Sichtweise

Globale Sicht ↓	Verteilung (konzeptuelle Einheit)			↑ Lokale Sicht
	globale Merkmale			
	Lageparameter <i>visuell geschätzter Mittelwert ...</i>	Streuung/Dichte <i>beobachtete Ausbreitung, Mehrheit, Spannweite...</i>	Form <i>beobachtete Schiefe, Spitzen...</i>	
	lokale Merkmale einzelne Datenpunkte <i>Extremwerte, Ausreißer, absolute Häufigkeit von Punkten in bestimmten Intervallen, Wert bestimmter Intervalle von Punkten, disjunkte Randwerte...</i>			

Angepasst nach Schreiter & Vogel, 2023 (übersetzt von Autor:innen)



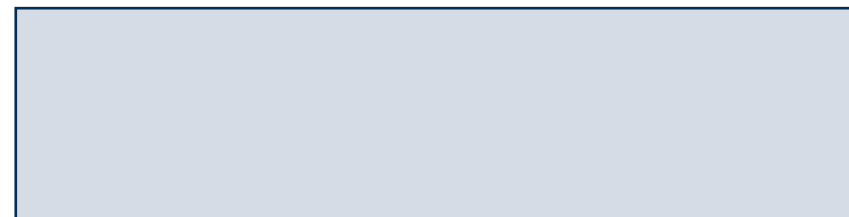


Welche:r Postmitarbeiter:in stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu?

- a) Ellen stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Titia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.

Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in zeigt denselben systematischen Fehler der Überbetonung lokaler Merkmale: pairwise stack comparison.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Erwarten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

08 Case-Value Plot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem
paarweisen Säulenvergleich

Introducing situation



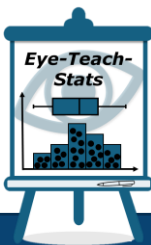
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 10. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Case-Value Plots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Eva Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Eva arbeitet.

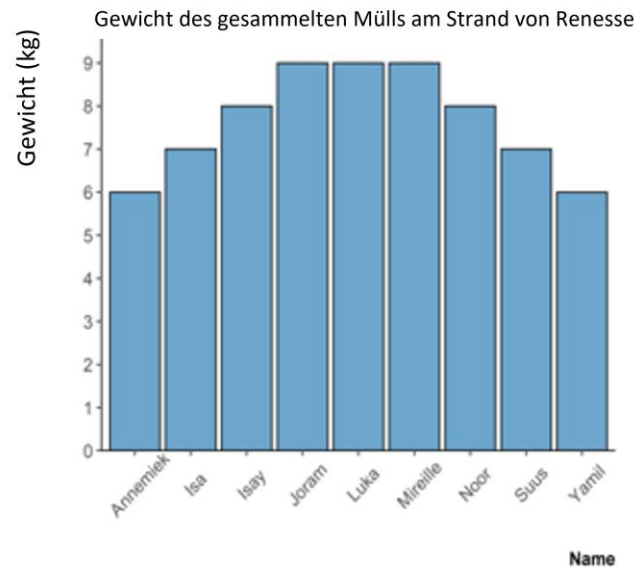


Students task



Co-funded by
the European Union

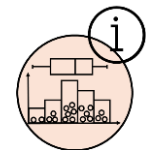
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



An welchem Strand ist das durchschnittliche Gewicht der gesammelten Strandabfälle höher?

- a) In Renesse ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.

Dies ist die Aufgabe, an der Eva arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**



- a) In Renesse ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.



Introducing eye-tracking

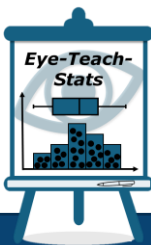


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Evas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



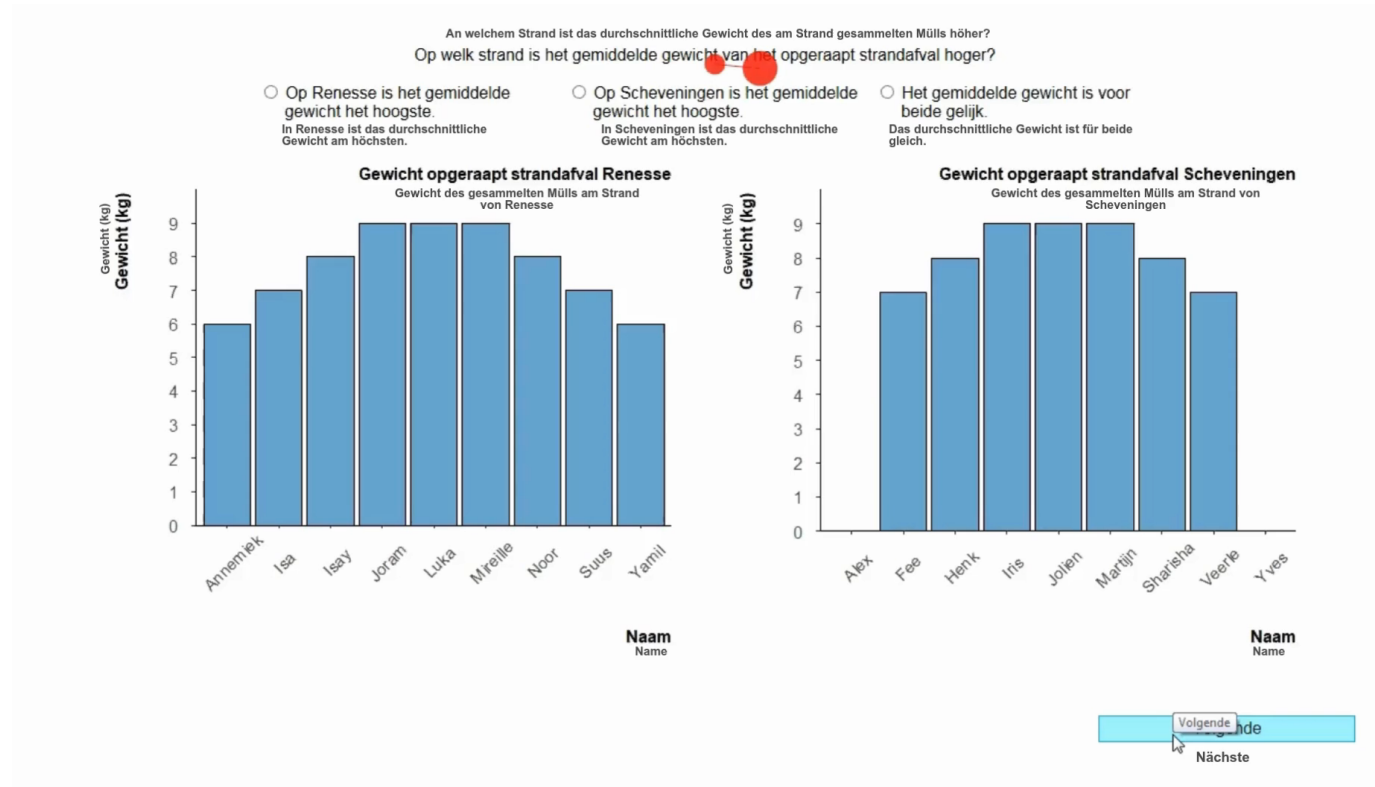
First look



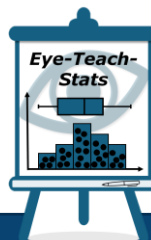
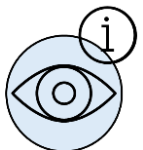
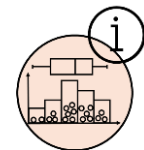
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Evas Antwort: "In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihrer Schülerin Eva zeigt und auf ihre Antwort.



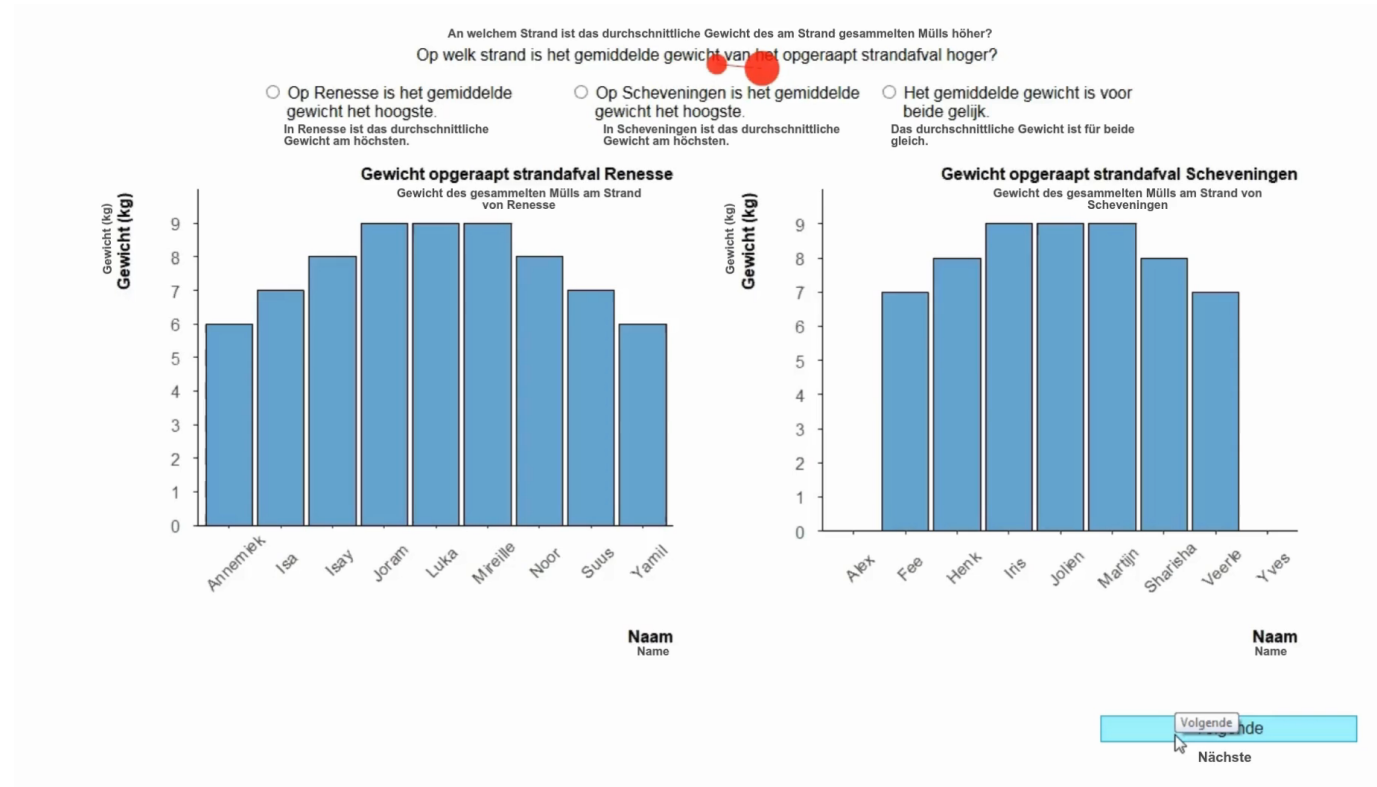
Take perspective



Co-funded by
the European Union

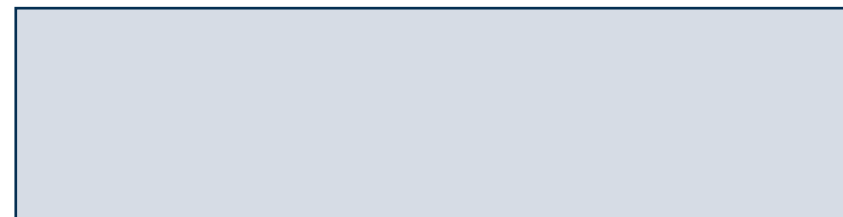
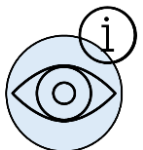
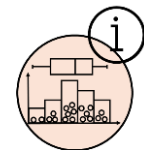
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Evas Antwort: "In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten."



Nach der Aufgabe wurde Eva ihr eigenes Gaze Video gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Evas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



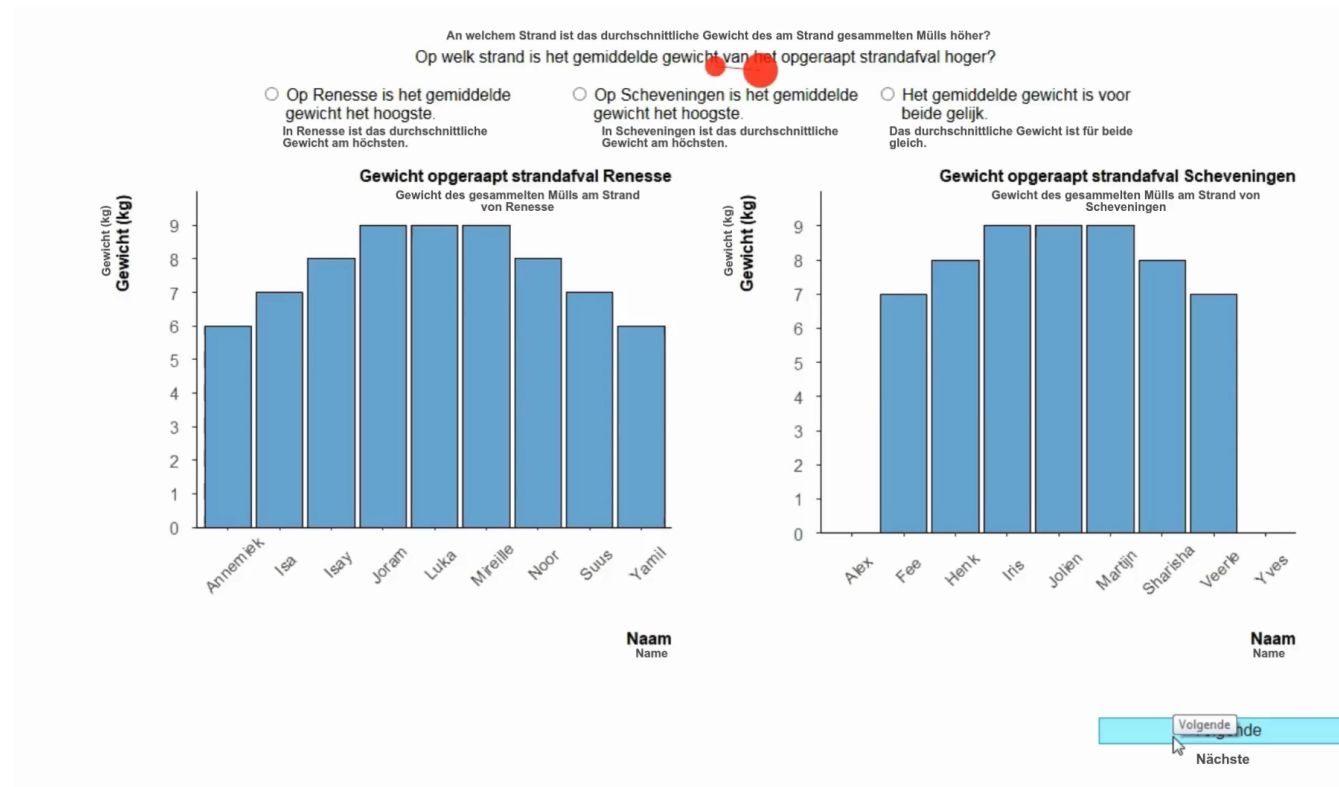
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

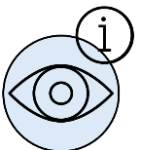
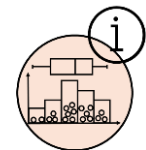
Evas Kommentar: "Ich habe einige Säulen aus jedem Diagramm einzeln verglichen und gesehen, dass Renesse mehr Säulen mit niedrigeren Werten hatte. Also dachte ich, dass Scheveningen ein höheres Gewicht an Strandabfällen haben muss."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Eva lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Evas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



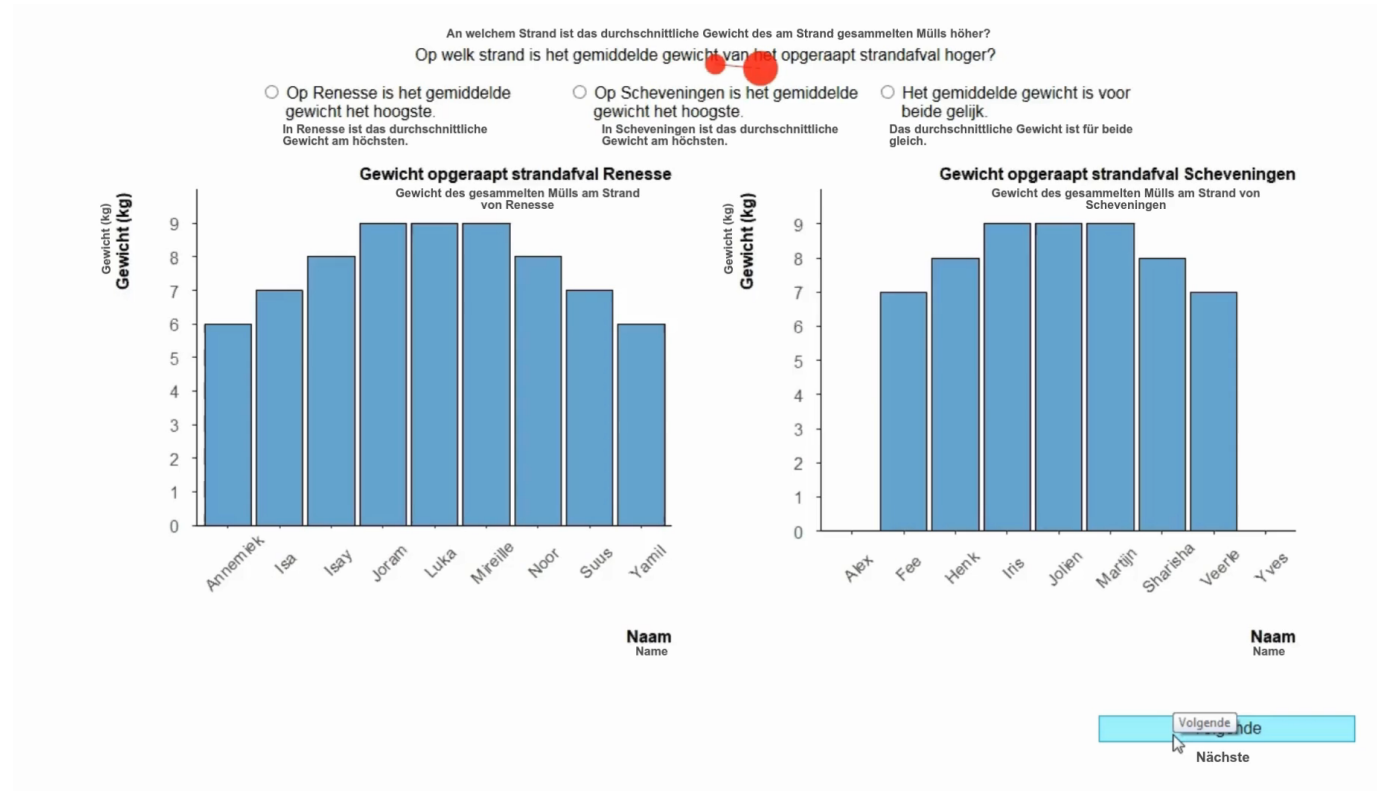
Evaluate solution



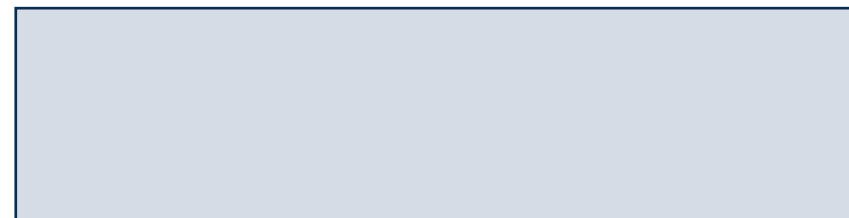
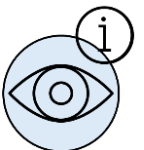
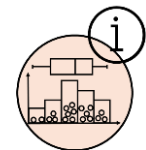
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Evas Kommentar: "Ich habe einige Säulen aus jedem Diagramm einzeln verglichen und gesehen, dass Renesse mehr Säulen mit niedrigeren Werten hatte. Also dachte ich, dass Scheveningen ein höheres Gewicht an Strandabfällen haben muss."



Bewerten Sie Evas Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

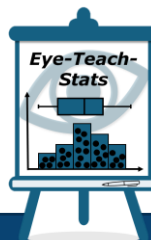
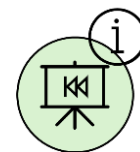
Den Fehler verstehen:

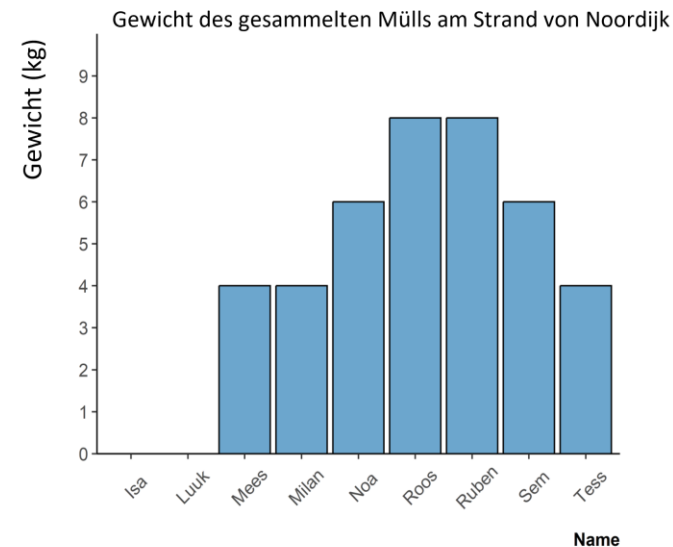
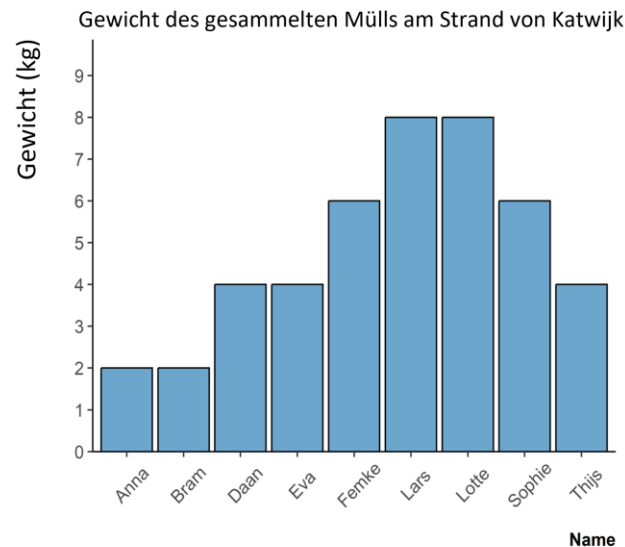
Eva hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Case-Value Plots. Dies führt zu einem erkennbaren systematischen Fehler, der als „**overemphasizing local features: a pairwise stack comparison**“ bezeichnet wird.

Beobachtbares Verhalten: Eva gab an, einige Säulen innerhalb und zwischen den Diagrammen einzeln verglichen zu haben. Sie erwähnte, dass Renesse mehr Säulen mit niedrigeren Werten aufweise. Ihr Blick wanderte tatsächlich innerhalb und zwischen den Case-Value Plots und konzentrierte sich hauptsächlich auf vergleichbare Säulen. Außerdem richtete sie ihren Blick kurz auf den Namen unter einer „Null“-Säule im rechten Diagramm. Dies deutet insgesamt auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir als Überbetonung lokaler Merkmale bezeichnen: pairwise stack comparison zur Schätzung des Mittelwerts. Das Ignorieren des Einflusses von „Null“-Säulen ist ein häufiger Fehler.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Obwohl Eva die Höhe der Säulen offenbar korrekt als Messwerte interpretiert, hat sie den Einfluss der Nullsäulen – also der Messwerte „Null“ – vernachlässigt. Sie hat übersehen, dass in beiden Diagrammen die gleiche Anzahl von Messwerten dargestellt ist.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Eva zeigt eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit im Umgang mit Daten und damit im Verständnis, wie Messwerte von Null in Case-Value Plots dargestellt werden. Eva muss berücksichtigen, dass in diesem Szenario zwei Schüler:innen überhaupt keinen Müll gesammelt haben; daher ist ihr Messwert Null. Das Vorhandensein von Nullwerten senkt den Mittelwert im rechten Diagramm (Scheveningen). Indem sie sich auf das Zählen der sichtbaren Säulen und deren paarweisen Vergleich konzentrierte, übersah Eva die Bedeutung dieser Nullwerte und die tatsächliche Verteilung aller Datenpunkte. Dies führt zu ihrer falschen Schlussfolgerung, dass das Diagramm mit mehr Säulen einen niedrigeren Mittelwert hat, da die zusätzlichen Säulen niedrigere Werte haben.



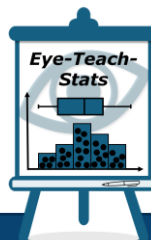
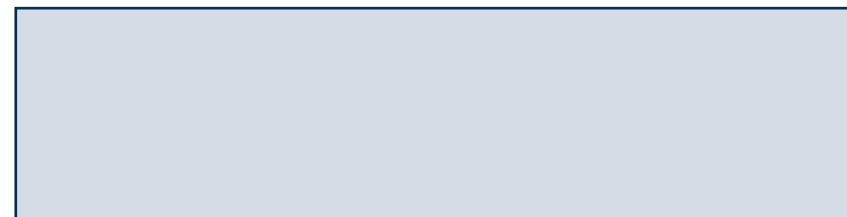


An welchem Strand ist das durchschnittliche Gewicht der gesammelten Strandabfälle höher?

- a) In Katwijk ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- b) In Noordijk ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.

Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in zeigt denselben systematischen Fehler der Überbetonung lokaler Merkmale: pairwise stack comparison.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Erwarten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

09 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf der Verwechslung von Häufigkeit und Wert

Introducing situation



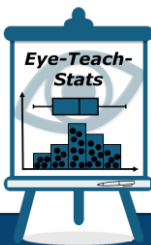
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse in Dateninterpretation und geben Ihren Schüler:innen die Aufgabe, den ungefähren Mittelwert der in einem Histogramm dargestellten Gewichte zu ermitteln.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Sophie Schwierigkeiten mit einer von Ihnen gestellten Aufgabe hat. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Sophie arbeitet.



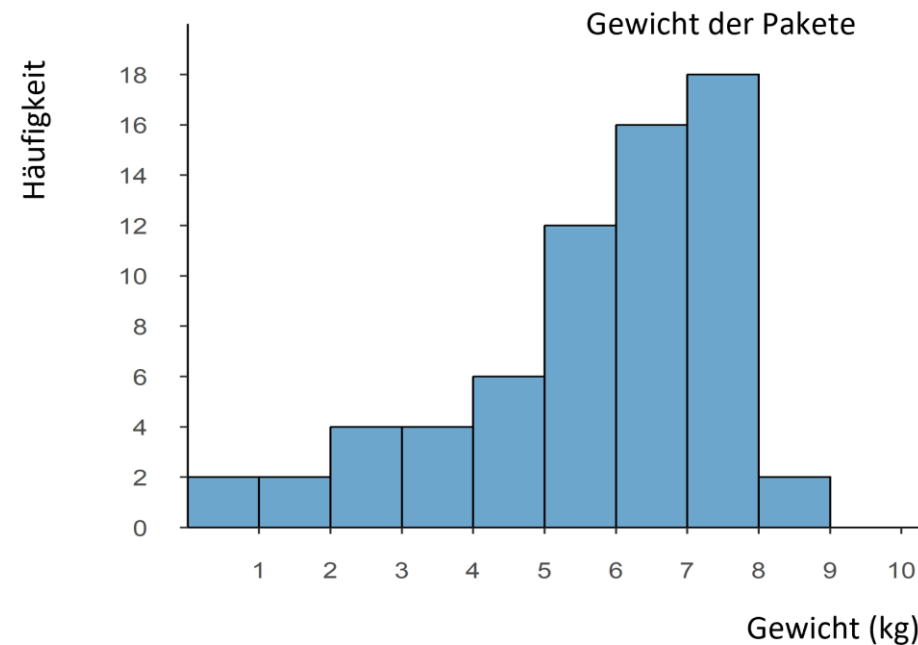
Students task



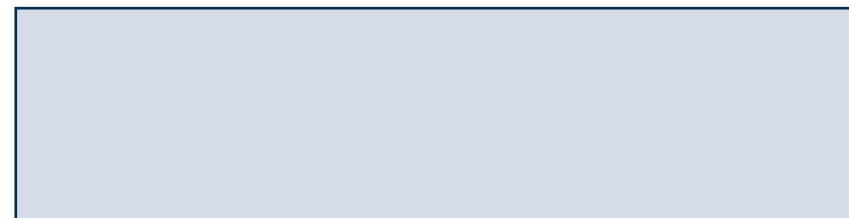
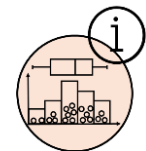
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht der Pakete, die Thijs ausliefert?



Dies ist die Aufgabe, an der Sophie arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

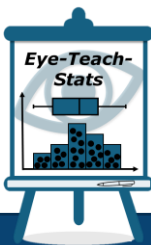


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten einen Gaze Plot mit Sophies Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieser Plot zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



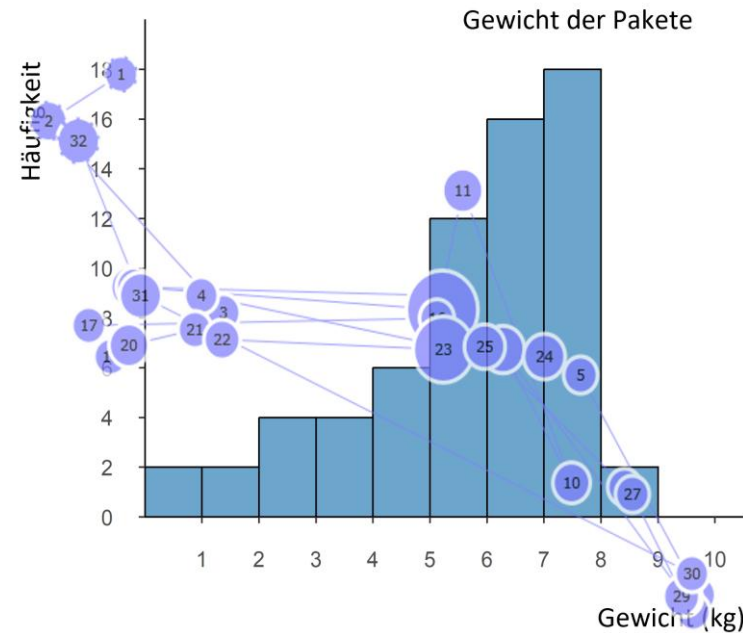
First look



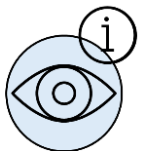
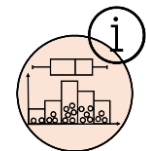
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sophies Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei etwa acht."



Werfen Sie einen Blick auf den Gaze Plot, der die Blickdaten Ihrer Schülerin Sophie zeigt und auf ihre Antwort.



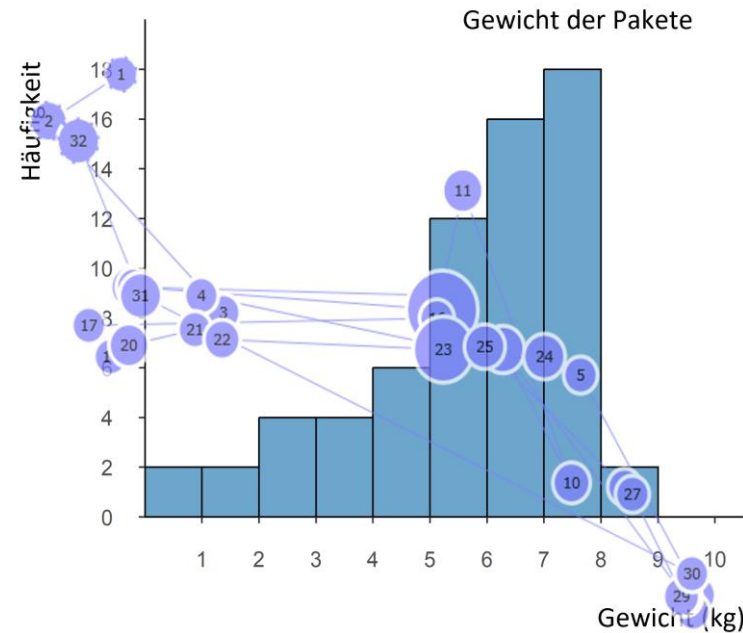
Take perspective



Co-funded by
the European Union

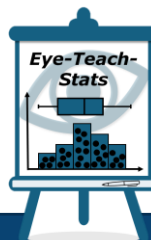
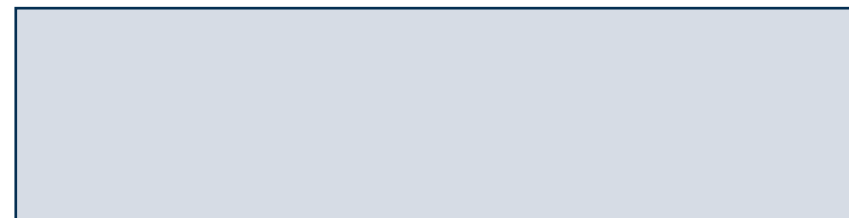
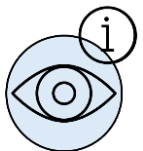
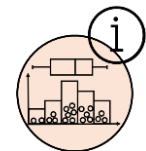
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sophies Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei etwa acht."



Nach der Aufgabe wurde Sophie ihr eigener Gaze Plot gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Sophies Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



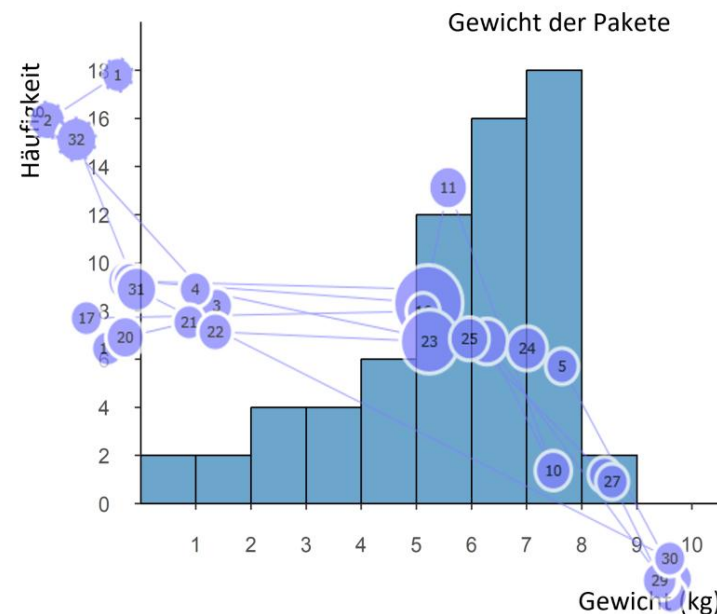
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sophies Kommentar: "Ich habe mir angeschaut, wie hoch die Säulen im Diagramm waren, um zu sehen, wie oft etwas auftaucht. Dann habe ich versucht zu erraten, wo der Mittelwert liegen würde. Ich habe auch versucht, die Säulen alle gleich hoch zu machen, um es einfacher zu machen, es herauszufinden."

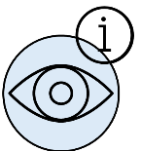
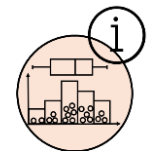


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Sophie lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Sophies Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



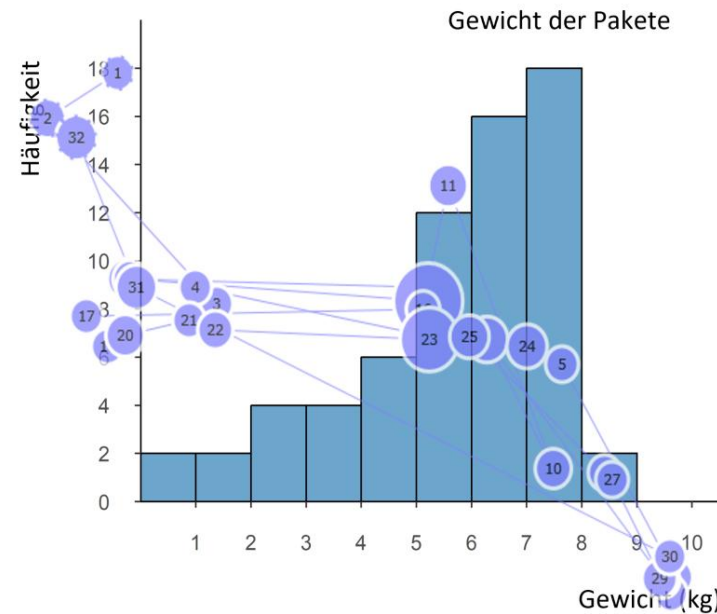
Evaluate solution



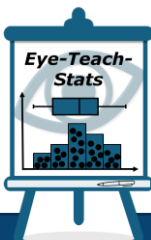
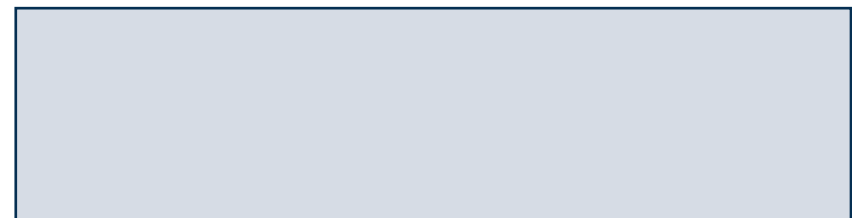
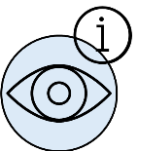
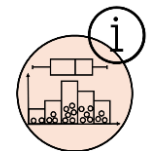
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Sophies Kommentar: "Ich habe mir angeschaut, wie hoch die Säulen im Diagramm waren, um zu sehen, wie oft etwas auftaucht. Dann habe ich versucht zu erraten, wo der Mittelwert liegen würde. Ich habe auch versucht, die Säulen alle gleich hoch zu machen, um es einfacher zu machen, es herauszufinden."



Bewerten Sie Sophies Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

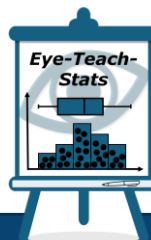
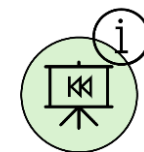
Sophie hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit mit der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „**frequency-value confusion**“ bezeichnet wird.

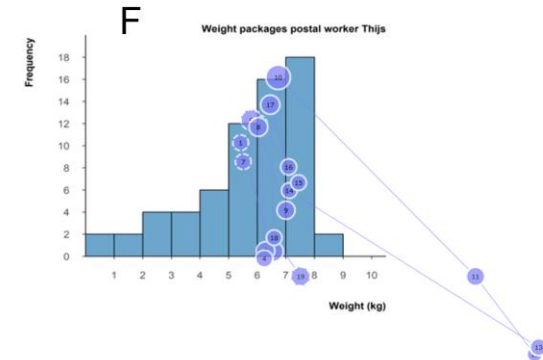
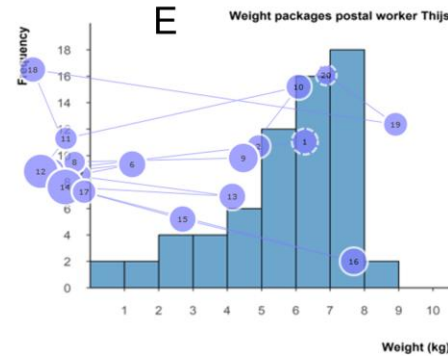
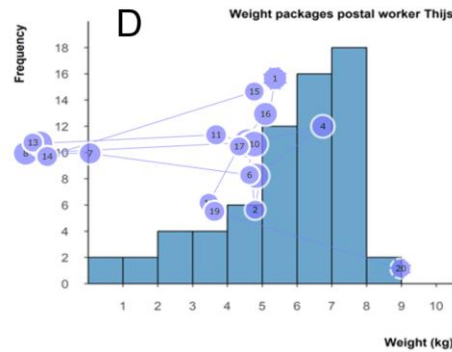
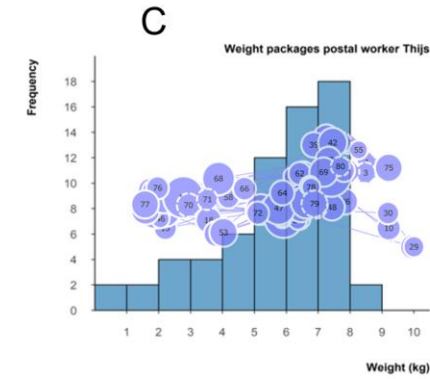
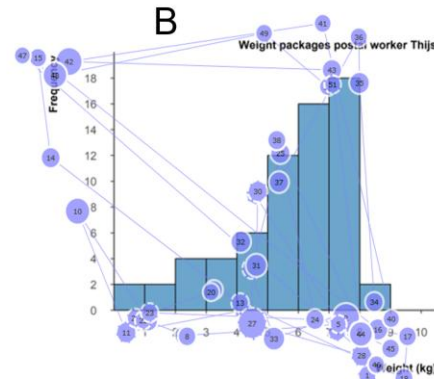
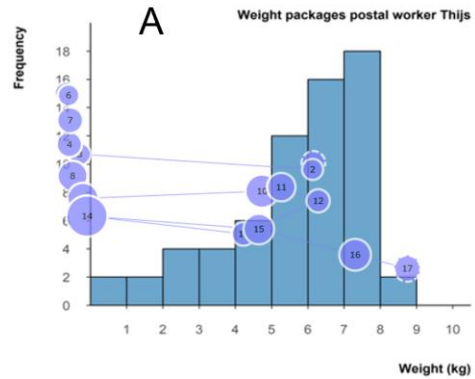
Beobachtbares Verhalten: Sophie sagte, sie habe sich angesehen, wie hoch die Säulen waren, und versucht zu verstehen, wie oft die Werte vorkamen. Sie versuchte, alle Säulen gleich hoch zu denken, um den Mittelwert zu schätzen. Der Blickverlauf bestätigt ihre Aussage, dass sie alle Säulen gleich hoch gedacht hat, da ihr Blick sich in etwa entlang einer horizontalen Linie bewegte, während sie nach dem Punkt auf der vertikalen Achse suchte, der ihrer Meinung nach den Mittelwert darstellt. Dies deutet auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir bei der Interpretation von Histogrammen als „frequency-value confusion“ bezeichnen.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Es scheint, dass Sophie eine Strategie auf das Histogramm angewandt hat, die typischerweise für Case-Value Plots verwendet wird. Aus der Erklärung und den Blicken von Sophie geht hervor, dass sie nach einer horizontalen Linie gesucht hat, die alle Säulen gleich hoch macht. In einem Histogramm geben die Höhen der Säulen jedoch die Häufigkeiten an, nicht die Messwerte. Sophies Vorgehensweise lässt auf ihre Verwirrung darüber schließen, was die Daten sind und was die Achsen darstellen. In einem Histogramm zeigt die horizontale Achse die Messwerte (in diesem Fall das Gewicht in kg), während die vertikale Achse die Häufigkeit der Messungen innerhalb eines bestimmten Intervalls (der Breite der Säulen) darstellt. Der Fehler entsteht, wenn Schüler:innen die Höhe der Säulen (Häufigkeit) als Messwert interpretieren und nicht als Darstellung der Anzahl der Messwerte innerhalb eines bestimmten Bereichs. Obwohl dies für Histogramme falsch ist, ist diese Strategie für die Ermittlung des arithmetischen Mittels in einem Case-Value Plot korrekt.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Sophies systematischer Fehler ist wahrscheinlich auf eine zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit mit dem Begriff „Daten“ (wo, wie und welche Daten dargestellt werden) zurückzuführen, da sie in einem Histogramm nicht zwischen Häufigkeiten und Messwerten unterscheidet. Solche konzeptionellen Schwierigkeiten treten häufig auf, wenn Schüler:innen nicht verstehen, dass die vertikale Achse in einem Histogramm angibt, wie viele Fälle in jede Klasse fallen, und nicht den Messwert selbst.

Korrekte Strategien für Histogramme: In einem Histogramm kann der Mittelwert geschätzt werden, indem man den Punkt auf der horizontalen Achse findet, an dem das Histogramm (die Verteilung) ausgeglichen ist. In diesem Fall würde der Blick zwischen einem Punkt auf der horizontalen Achse und den Spitzen der Säulen auf und ab wandern und so einen Blickpfad entlang einer imaginären vertikalen Linie bilden. Der Mittelwert kann auch durch eine Berechnung geschätzt werden: Dazu wird der Mittelpunkt jeder Säule (der die Messwerte innerhalb dieser Säule darstellt) mit der entsprechenden Häufigkeit (der Säulenhöhe) multipliziert, diese Produkte addiert und dann durch die Summe der Häufigkeiten (die Gesamtzahl der Datenpunkte) dividiert.





Bestimmen Sie anhand der Gaze Plots von sechs Schüler:innen für dieselbe Aufgabe, welche:r Schüler:in wahrscheinlich einen systematischen Fehler macht und die Häufigkeiten und Werte verwechselt.

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D

☐ E

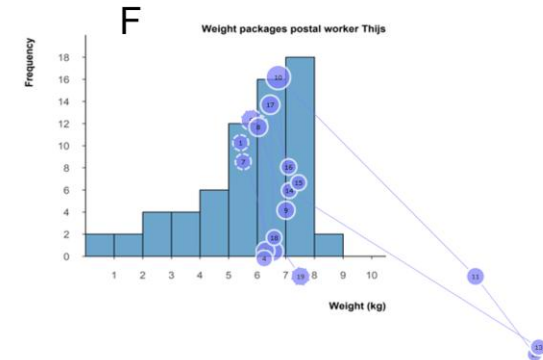
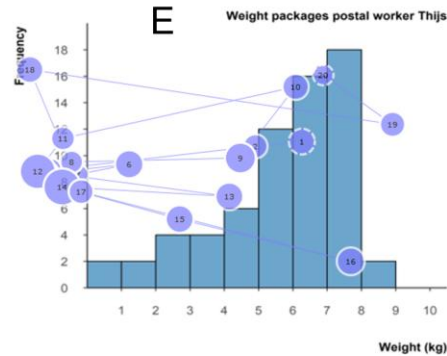
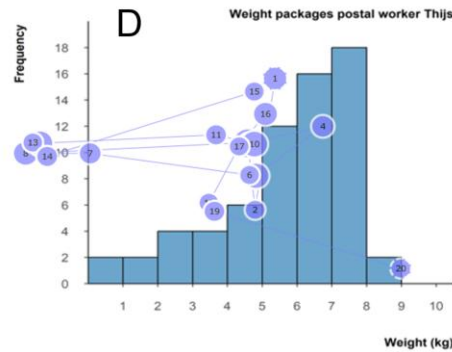
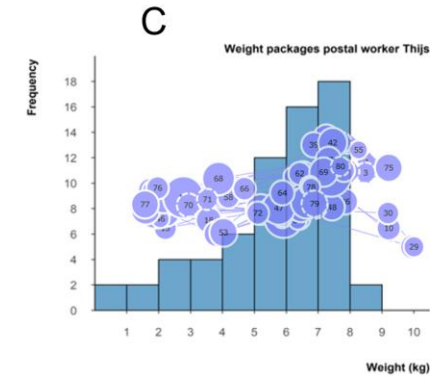
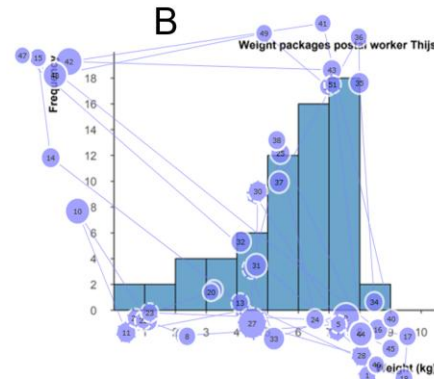
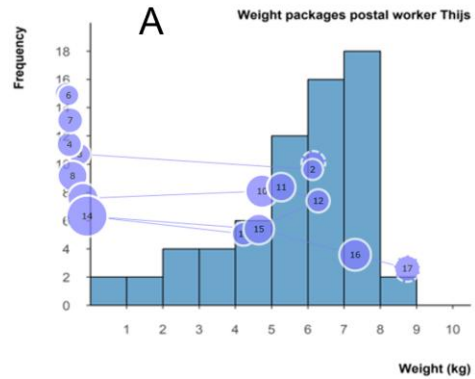
☐ F

Practice II



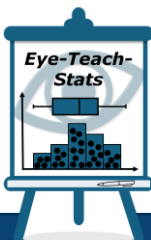
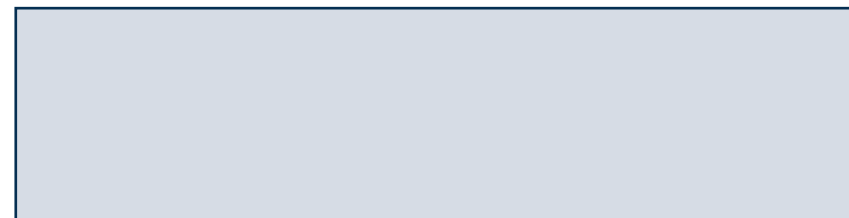
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Bestimmen Sie anhand der Gaze Plots von sechs Schüler:innen für dieselbe Aufgabe, welche:r Schüler:in wahrscheinlich einen systematischen Fehler macht und die Häufigkeiten und Werte verwechselt.

Begründen Sie bitte ausführlich, warum Sie a) Schüler:in [xy] gewählt haben, und b) sich gegen die anderen Schüler:innen entschieden haben.



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

10 Dotplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf der Verwechslung
von Häufigkeit und Wert

Introducing situation



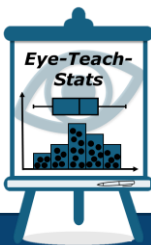
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 6. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Dotplots ein.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Noel Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihm gestellt haben. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Noel arbeitet.



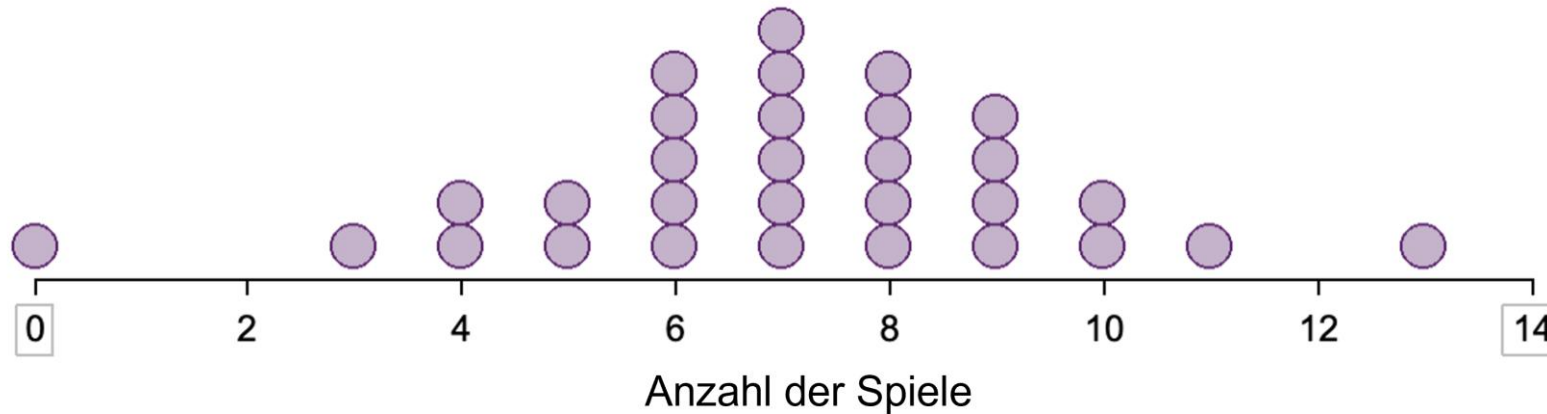
Students task



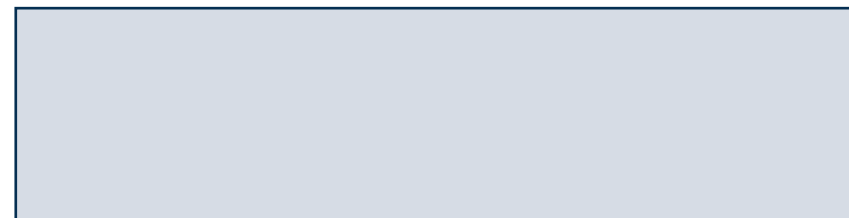
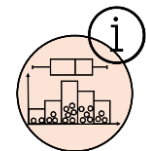
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Alle Datenpunkte zusammen stellen eine Verteilung dar.
Schätze das arithmetische Mittel.



Dies ist die Aufgabe, an der Noel arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

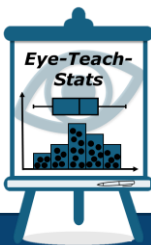


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten einen Gaze Plot mit Noels Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieser Plot zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



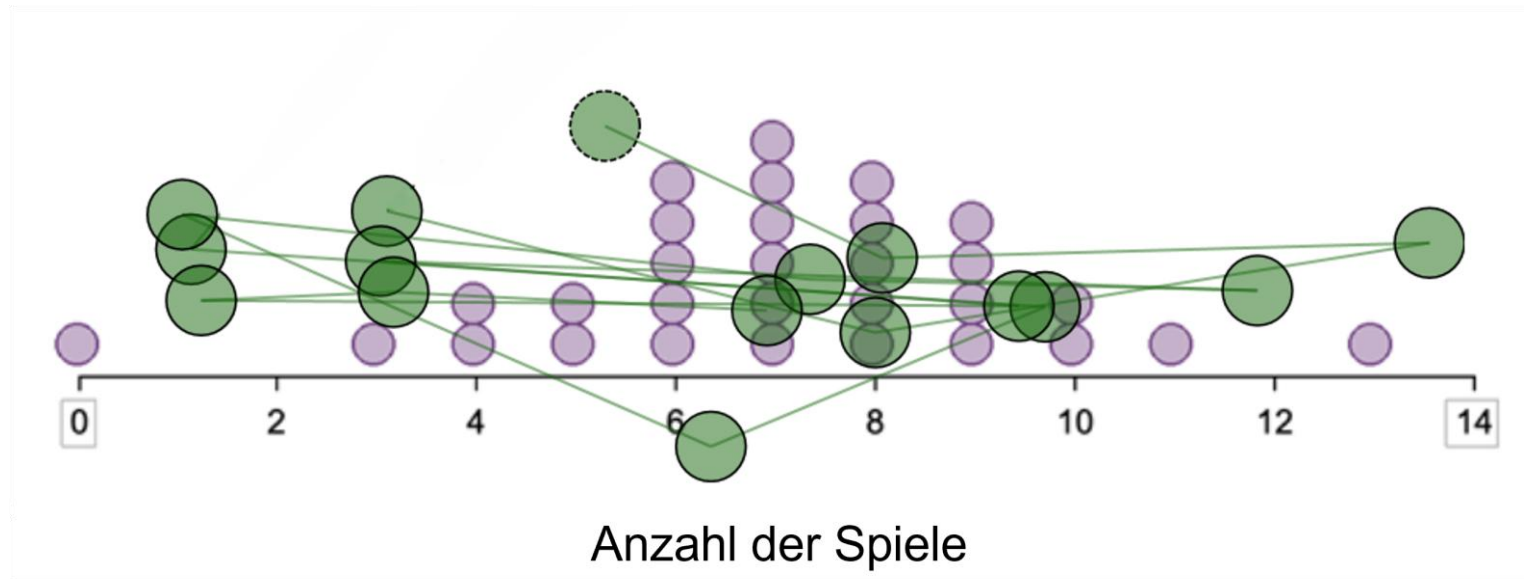
First look



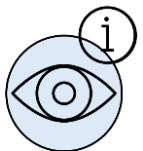
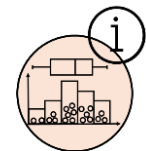
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Noels Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei zwei."



Werfen Sie einen Blick auf den Gaze Plot, der die Blickdaten Ihres Schülers Noel zeigt und auf seine Antwort.



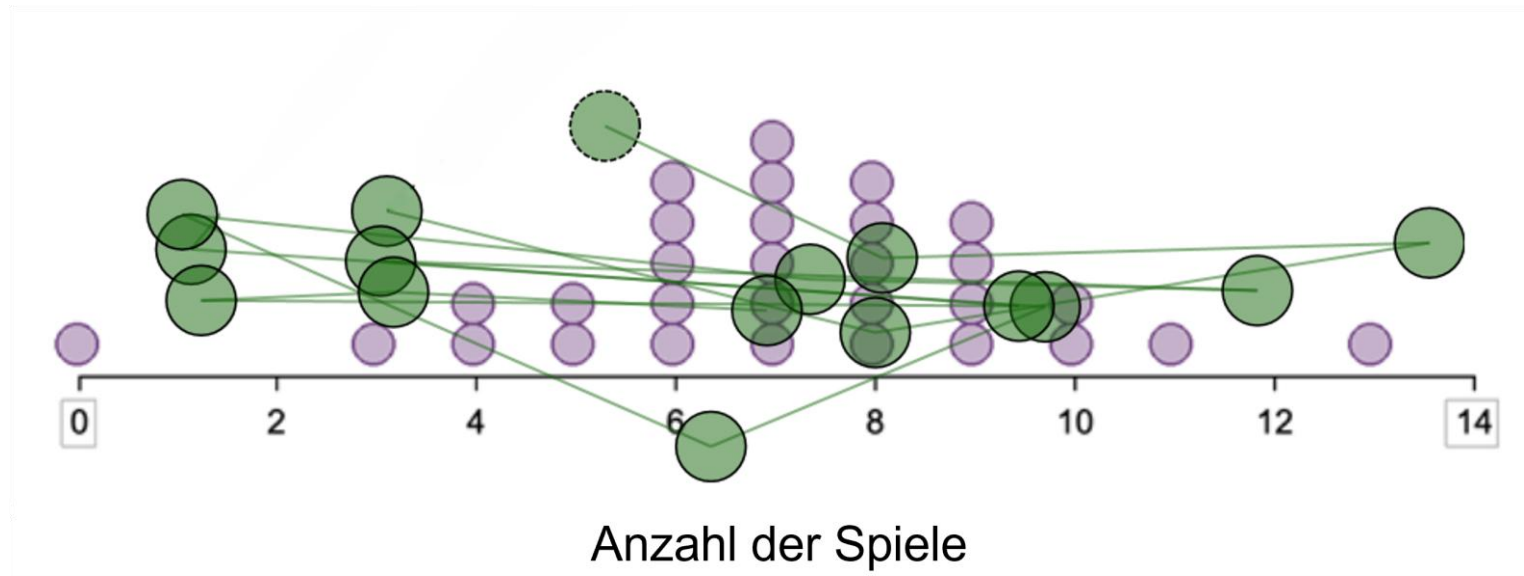
Take perspective



Co-funded by
the European Union

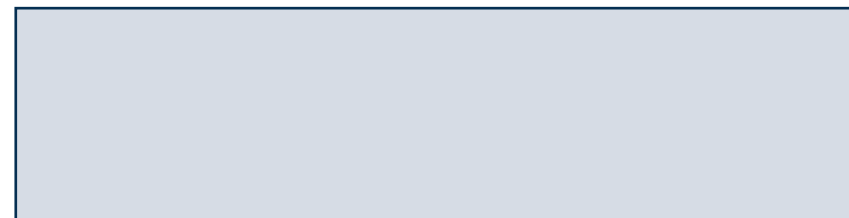
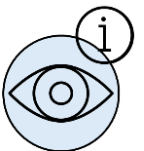
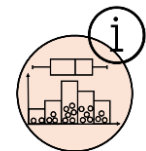
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Noels Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei zwei."



Nach der Aufgabe wurde Noel sein eigener Gaze Plot gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Noels Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



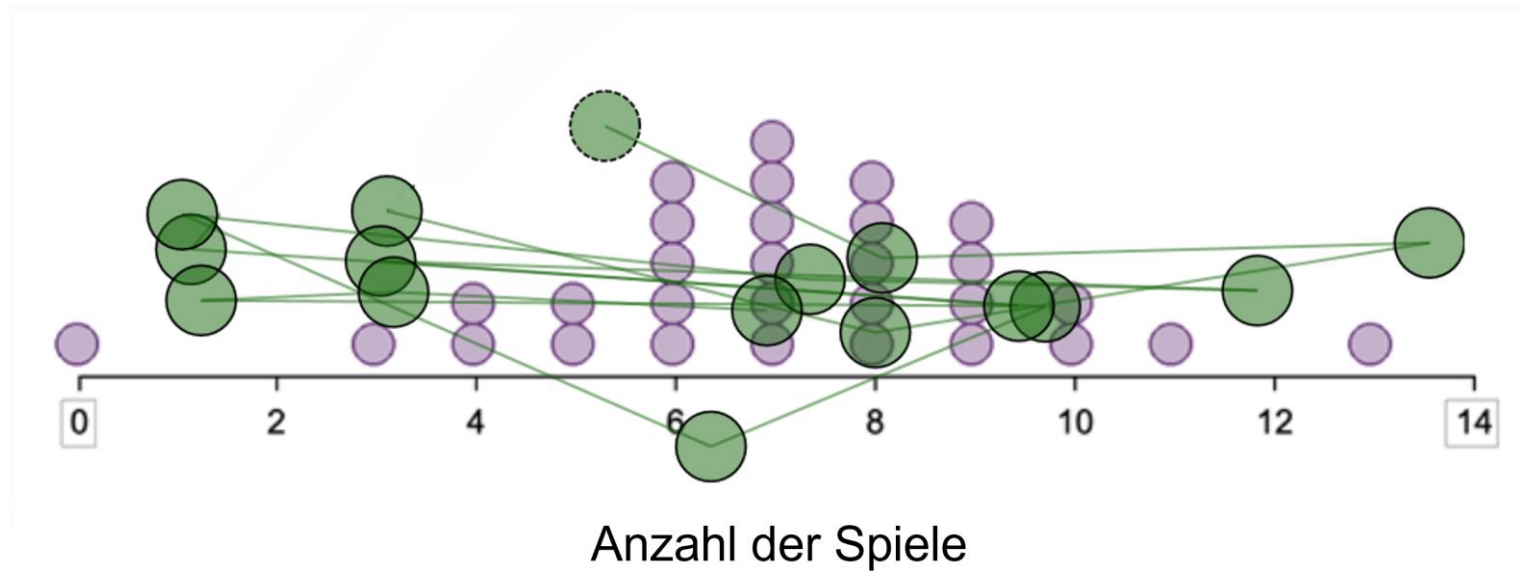
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Noels Kommentar: "Ich denke, es sind zwei, denn wenn ich es mir ansehe, gibt es einige mit vielen Spielen und einige ohne Spiele, und ich habe versucht, die Stapel gleich hoch zu machen, um das arithmetische Mittel zu schätzen. Dann gibt es überall ungefähr zwei Punkte."

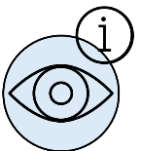
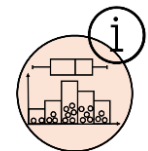


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Noel lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Noels Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



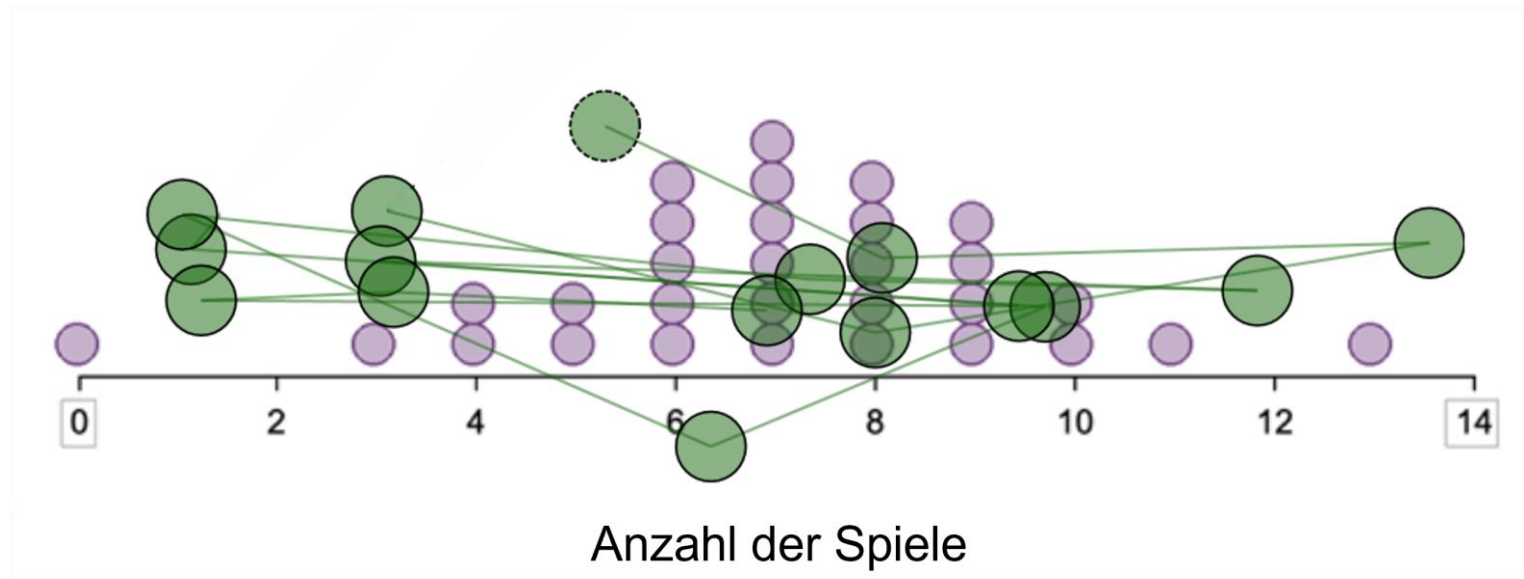
Evaluate solution



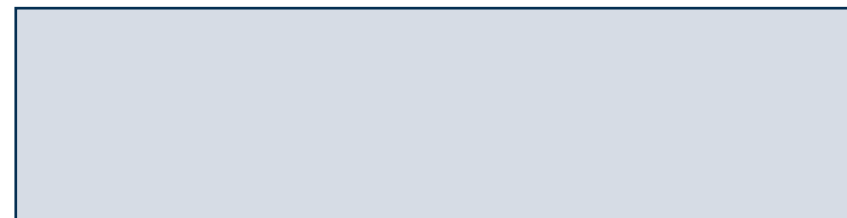
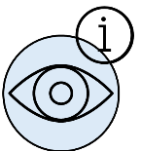
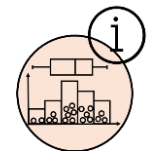
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Noels Kommentar: "Ich denke, es sind zwei, denn wenn ich es mir ansehe, gibt es einige mit vielen Spielen und einige ohne Spiele, und ich habe versucht, die Stapel gleich hoch zu machen, um das arithmetische Mittel zu schätzen. Dann gibt es überall ungefähr zwei Punkte."



Bewerten Sie Noels Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

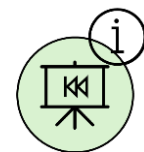
Den Fehler verstehen:

Noel hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Dotplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „**frequency-value confusion**“-Fehler bezeichnet wird.

Interpretation des Verhaltens: Noels Augenbewegungen bilden eine horizontale Linie innerhalb des Diagramms. Dies deutet darauf hin, dass Noel den Durchschnitt sucht, indem er einen Punkt entlang einer gedachten vertikalen Achse findet, an dem die Stapel gleich hoch sind. Dabei betrachtet er die Höhen als Werte. Dies führt zu seiner falschen Antwort.

Fehler und zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeiten verstehen: In einem Dotplot steht jeder Punkt für das Auftreten eines Wertes entlang der horizontalen Achse (in diesem Fall die Anzahl der Spiele). Die Höhe der Stapel (wie viele Punkte gestapelt sind) zeigt, wie oft jeder Wert vorkommt. Der Fehler tritt auf, wenn Schüler:innen die Häufigkeit (die Höhe der Stapel) als Messwert betrachten und nicht einfach als die Anzahl der Vorkommen dieses Wertes.

Diese Strategie, eine horizontale Ausgleichslinie zu finden, wird häufig verwendet und ist bei der Interpretation von Case-value Plots korrekt. Um jedoch den Mittelwert in einem Dotplot zu finden, muss jeder Wert und seine Häufigkeit berücksichtigt werden. Dies kann durch Bestimmen des Schwerpunkts der Punkte anhand ihrer gemessenen Werte erfolgen. Eine mögliche Strategie finden Sie auf der nächsten Seite.



Estimating mean

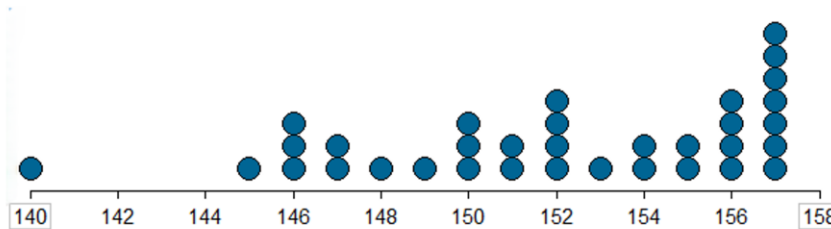


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

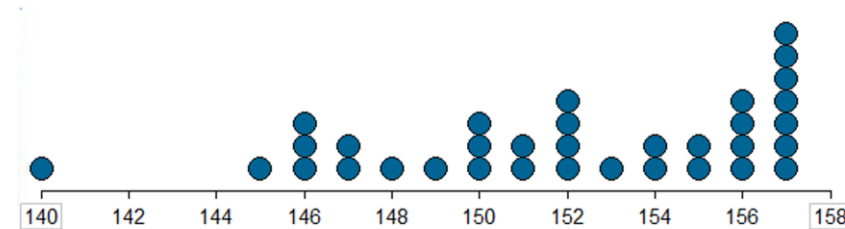
Strategie zur Schätzung des Mittelwerts in Dotplots:

Die Größe (in cm) der Kinder in Klasse 5



Schritt 1: Betrachten Sie die im Dotplot dargestellte Verteilung.

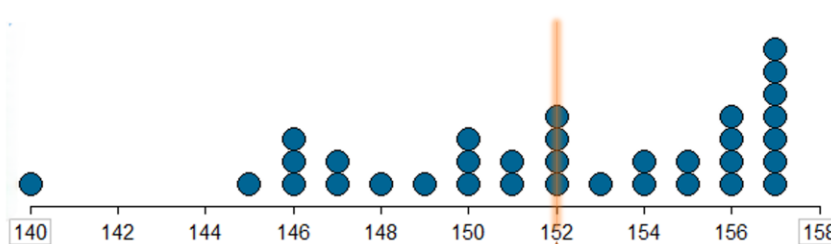
Die Größe (in cm) der Kinder in Klasse 5



Schwerpunkt

Schritt 2: Versuchen Sie, den Punkt zu finden, an dem sich die gewichteten Punkte gegenseitig ausgleichen.

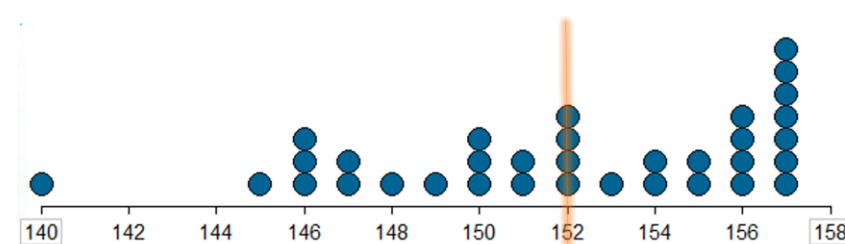
Die Größe (in cm) der Kinder in Klasse 5



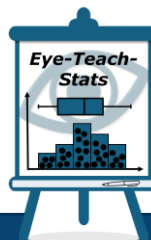
Schwerpunkt

Schritt 3: Dieser Gleichgewichtspunkt ist der Mittelwert der Verteilung

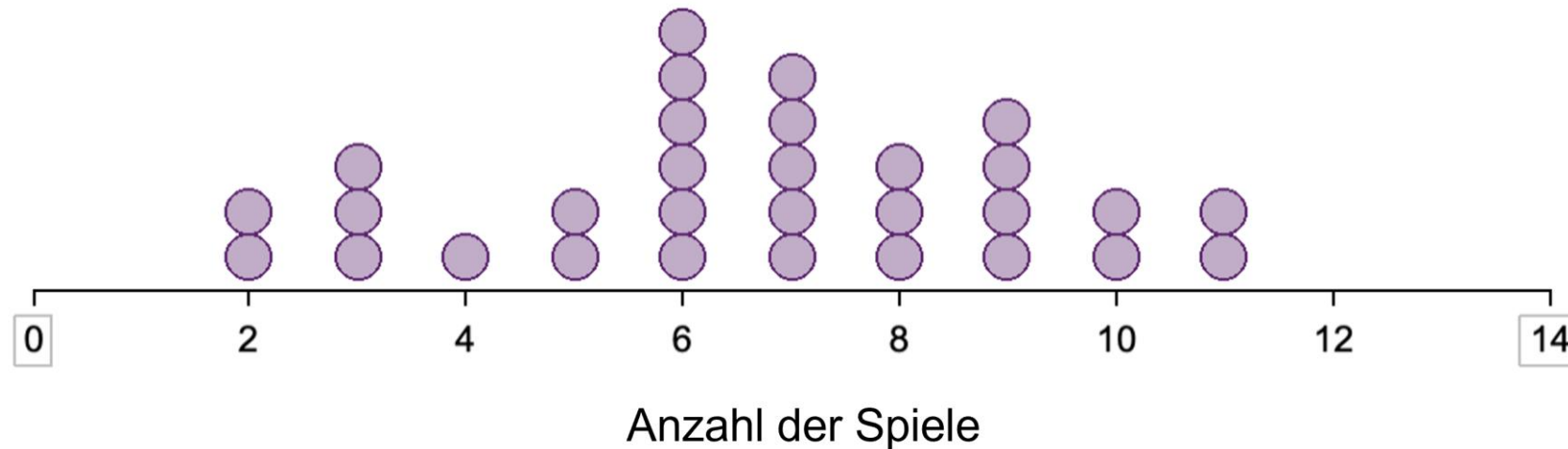
Die Größe (in cm) der Kinder in Klasse 5



geschätzter Mittelwert im Dotplot

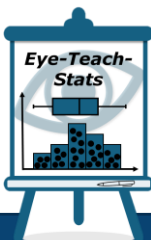
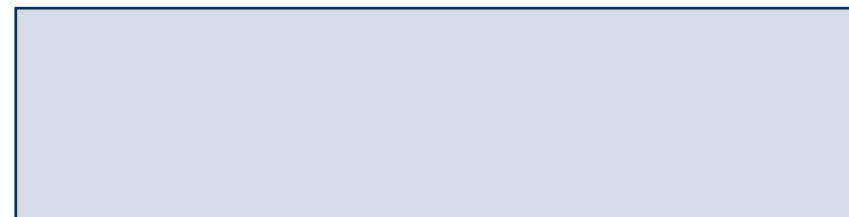


Schätze: Wie viele Spiele haben Kinder im Durchschnitt auf ihren Handys?



Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in macht denselben systematischen Fehler und verwechselt Wert und Häufigkeit.

Wie könnte die Antwort auf die folgende Aufgabe lauten?
Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte.



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

11 Dotplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer
Verallgemeinerung der Summe der gemessenen Werte

Introducing situation



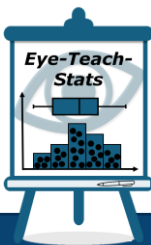
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 6. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Dotplots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Talia Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Talia arbeitet.



Students task



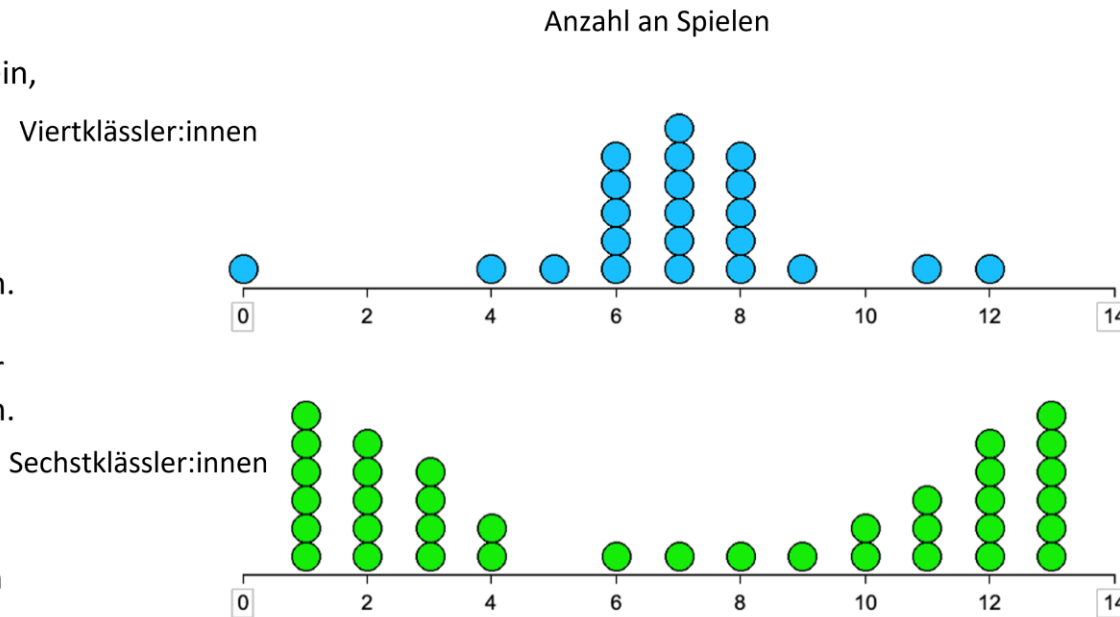
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

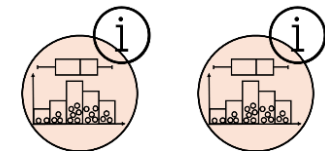
Unterscheiden sich Viertklässler:innen und Sechstklässler:innen in der Anzahl der Spiele, die sie auf ihren Handys haben? Zu dieser Frage wurde in der Parkschule eine Umfrage mit 22 Viertklässler:innen und 37 Sechstklässler:innen durchgeführt. Vergleiche die beiden Stichproben und werte sie anschließend aus:

Die Daten aus den Stichproben stimmen mit der Annahme überein, dass

- a) Viertklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- b) Sechstklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- c) Viertklässler:innen und Sechstklässler:innen ungefähr die gleiche Anzahl von Spielen auf ihrem Handy haben.



Dies ist die Aufgabe, an der Talia arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



- a) Viertklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- b) Sechstklässler:innen viel mehr Spiele auf ihren Handys haben.
- c) Viertklässler:innen und Sechstklässler:innen ungefähr die gleiche Anzahl von Spielen auf ihrem Handy haben.



Introducing eye-tracking

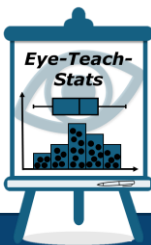


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Talias Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



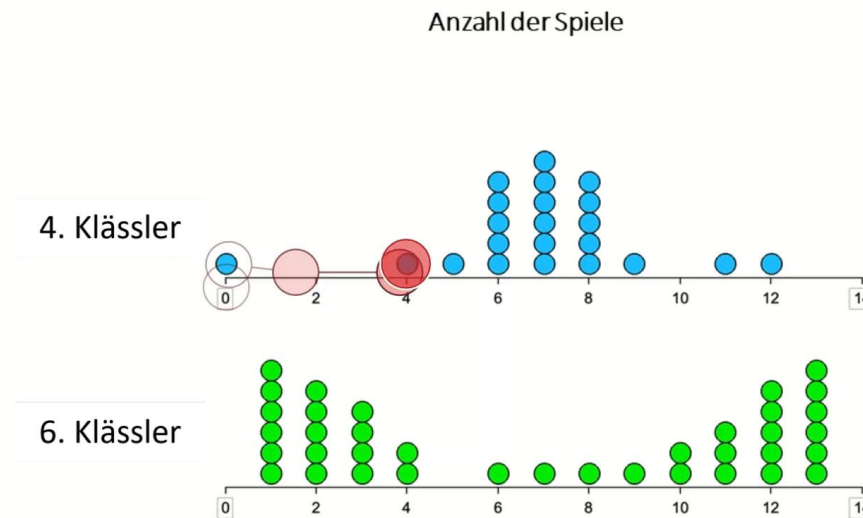
First look



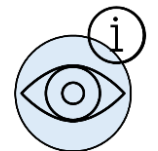
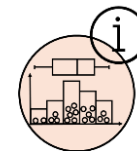
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Talias Antwort: "Daher würde ich sagen, dass b) die richtige Antwort ist: Sechstklässler haben deutlich mehr Spiele auf ihren Handys."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihrer Schülerin Talia zeigt und auf ihre Antwort.



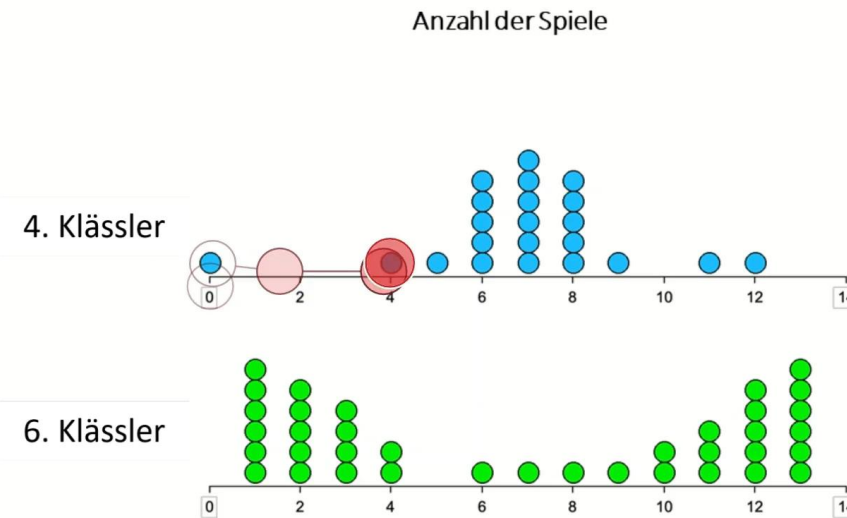
Take perspective



Co-funded by
the European Union

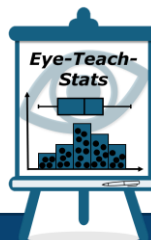
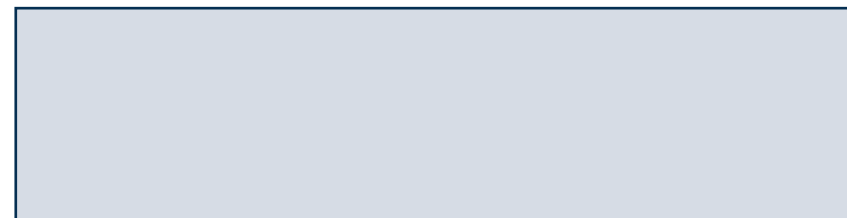
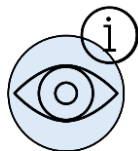
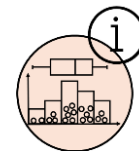
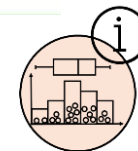
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Talias Antwort: "Daher würde ich sagen, dass b) die richtige Antwort ist: Sechstklässler haben deutlich mehr Spiele auf ihren Handys."



Nach der Aufgabe wurde Talia ihr eigenes Gaze Video gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Talias Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



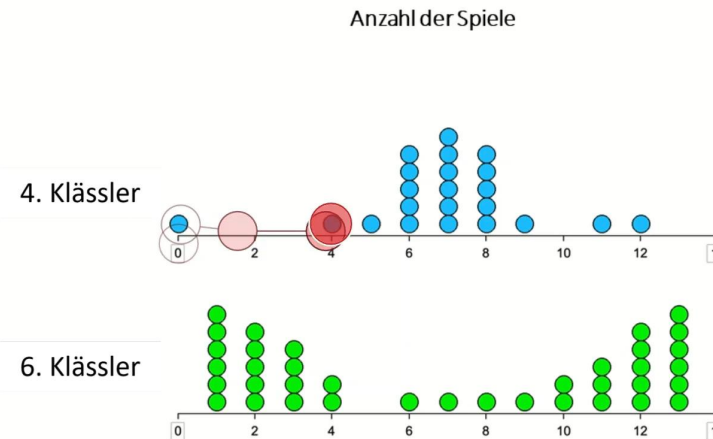
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Talias Kommentar: "Zuerst habe ich vier plus fünf gezählt, das ergibt neun. Hier habe ich fünf Personen gezählt, die sechs Spiele haben, und fünf mal sechs berechnet, das ergibt dreißig. Dann habe ich die neun von vorher hinzugefügt, also insgesamt 39. Dann habe ich gezählt und hier habe ich 9, 11 und 12 addiert, das ergibt insgesamt 134 Spiele für die Viertklässler. Für die Sechstklässler habe ich nur 6 mal 13 plus 5 mal 12 gerechnet, und das war bereits mehr als die Viertklässler haben."

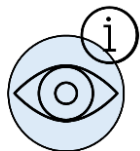
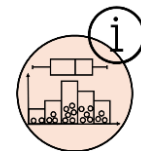
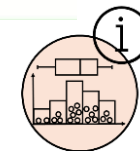


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Talia lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Talias Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



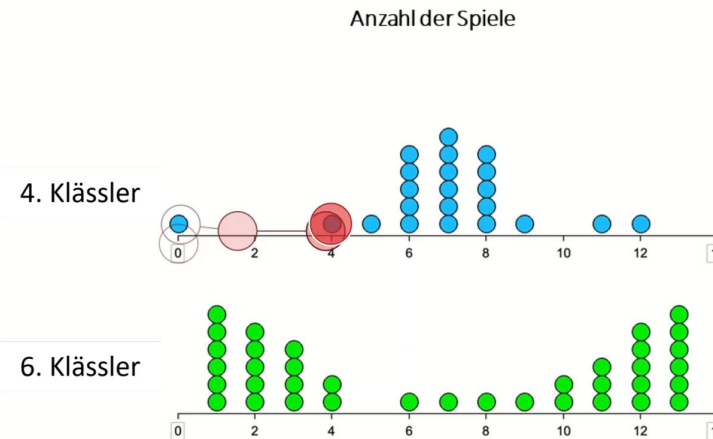
Evaluate solution



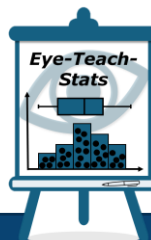
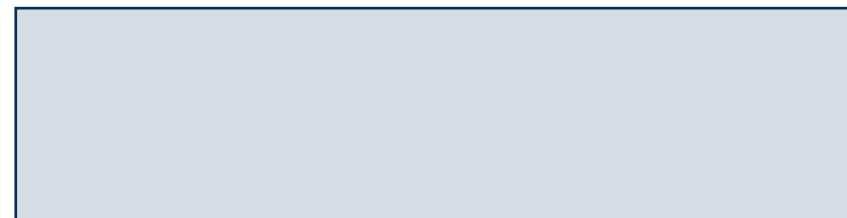
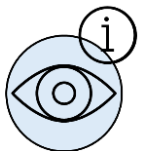
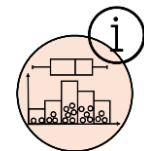
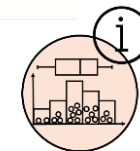
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Talias Kommentar: "Zuerst habe ich vier plus fünf gezählt, das ergibt neun. Hier habe ich fünf Personen gezählt, die sechs Spiele haben, und fünf mal sechs berechnet, das ergibt dreißig. Dann habe ich die neun von vorher hinzugefügt, also insgesamt 39. Dann habe ich gezählt und hier habe ich 9, 11 und 12 addiert, das ergibt insgesamt 134 Spiele für die Viertklässler. Für die Sechstklässler habe ich nur 6 mal 13 plus 5 mal 12 gerechnet. und das war bereits mehr als die Viertklässler haben."



Bewerten Sie Talias Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

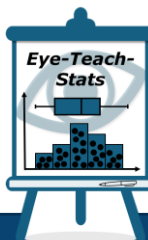
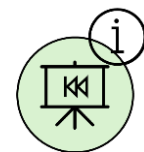
Talia hat grundlegende konzeptionelle Schwierigkeiten bei der Interpretation von Dotplots. Dies führt zu einem erkennbaren systematischen Fehler, der als „**sum of measured values for mean**“ bezeichnet wird.

Interpretation des Verhaltens: Sie berechnet und vergleicht die Gesamtzahl der Spiele (Messwerte) zwischen zwei Verteilungen mit ungleichen Stichprobengrößen. Talias Blickbewegungen und ihre Aussagen deuten auf eine starke Fixierung auf einzelne Datenpunkte hin.

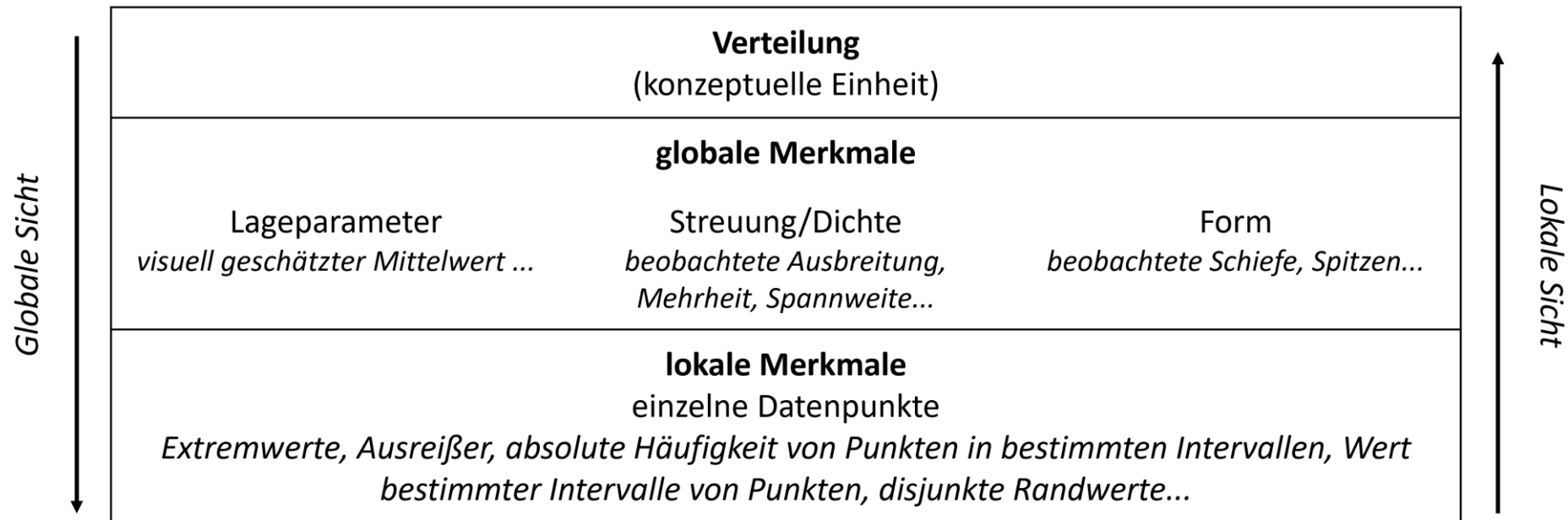
Fehler und zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeiten verstehen: Beim Vergleich von Verteilungen unterschiedlicher Größe müssen jedoch die Häufigkeiten relativ zueinander angepasst werden, beispielsweise durch Verwendung des Mittelwerts. Diese Art von Fehler tritt häufig aufgrund von Schwierigkeiten mit dem Konzept der Verteilung und der Auswahl geeigneter Strategien für deren Vergleich auf.

Ein zentrales Ziel des Statistikunterrichts ist es, den Schüler:innen zu helfen, auch eine "globale Sicht" auf Verteilungen zu entwickeln. Bei dieser Sichtweise nehmen die Schüler:innen Verteilungen als konzeptionelle Einheiten mit allgemeinen Merkmalen wie Zentrum, Streuung und Form wahr. Viele Schüler:innen haben jedoch eine „lokale Sichtweise“ und nehmen Verteilungen als bloße Ansammlungen einzelner Datenpunkte wahr. Dies führt dazu, dass sie sich zu sehr auf lokale Details der Verteilung konzentrieren. Der systematische Fehler entsteht durch diese unpassende Verwendung einer lokalen Sichtweise.

Auf der nächsten Folie sehen Sie eine Übersicht über lokale und globale Merkmale, die beim Vergleich von Verteilungen berücksichtigt werden können.



Betrachtungen von Datenverteilung: lokale vs. globale Sichtweise



Angepasst nach Schreiter & Vogel, 2023 (übersetzt von Autor:innen)



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

12 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer Verallgemeinerung der Summe der Häufigkeiten

Introducing situation



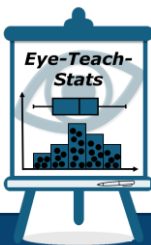
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse in Dateninterpretation und geben Ihren Schüler:innen die Aufgabe, den ungefähren Mittelwert der in einem Histogramm dargestellten Gewichte zu ermitteln.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Mustafa Schwierigkeiten mit einer von Ihnen gestellten Aufgabe hat. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Mustafa arbeitet.



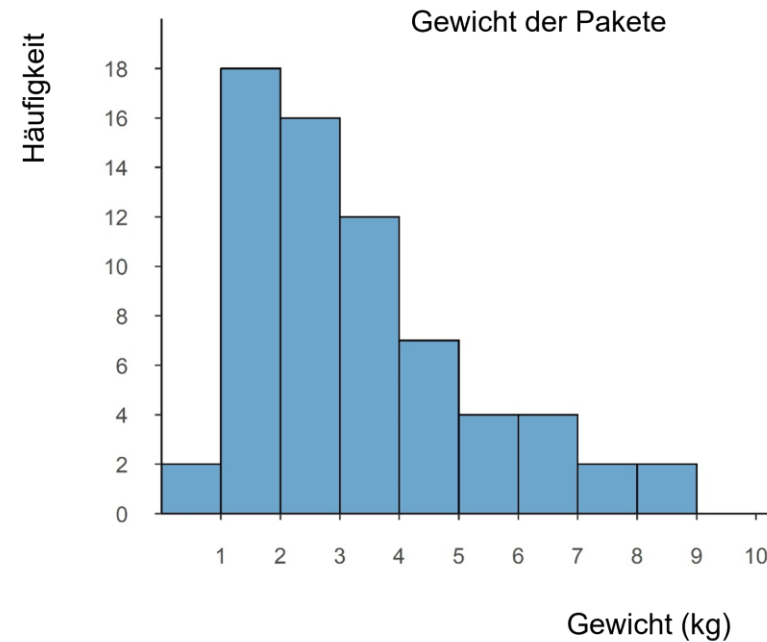
Students task



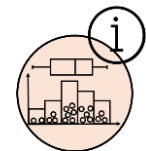
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht der Pakete, die René ausliefert?



Dies ist die Aufgabe, an der Mustafa arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**



Introducing eye-tracking

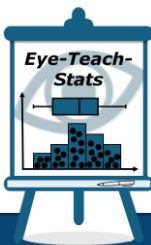


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Mustafas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



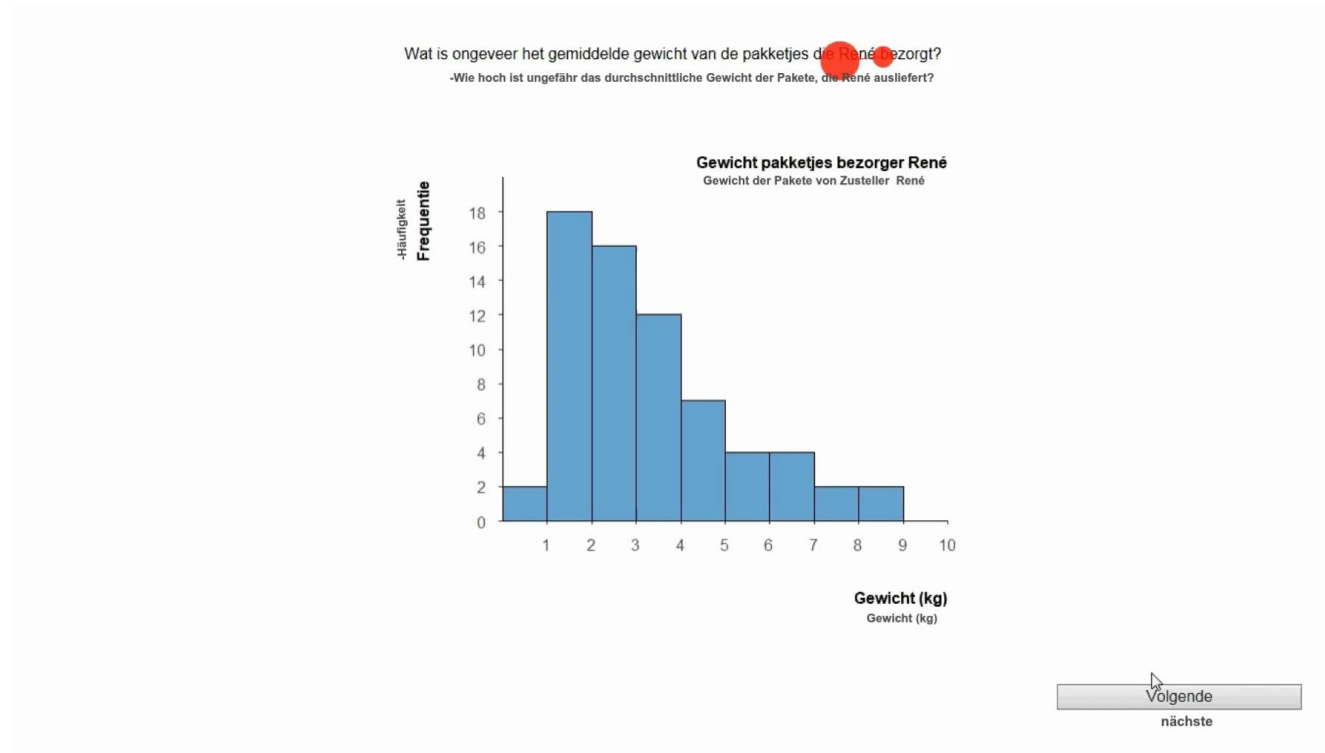
First look



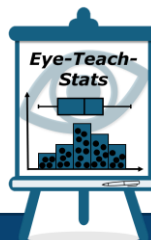
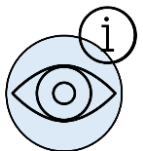
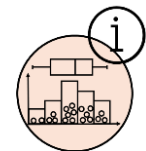
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Mustafas Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sieben."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihres Schülers Mustafa zeigt und auf seine Antwort.



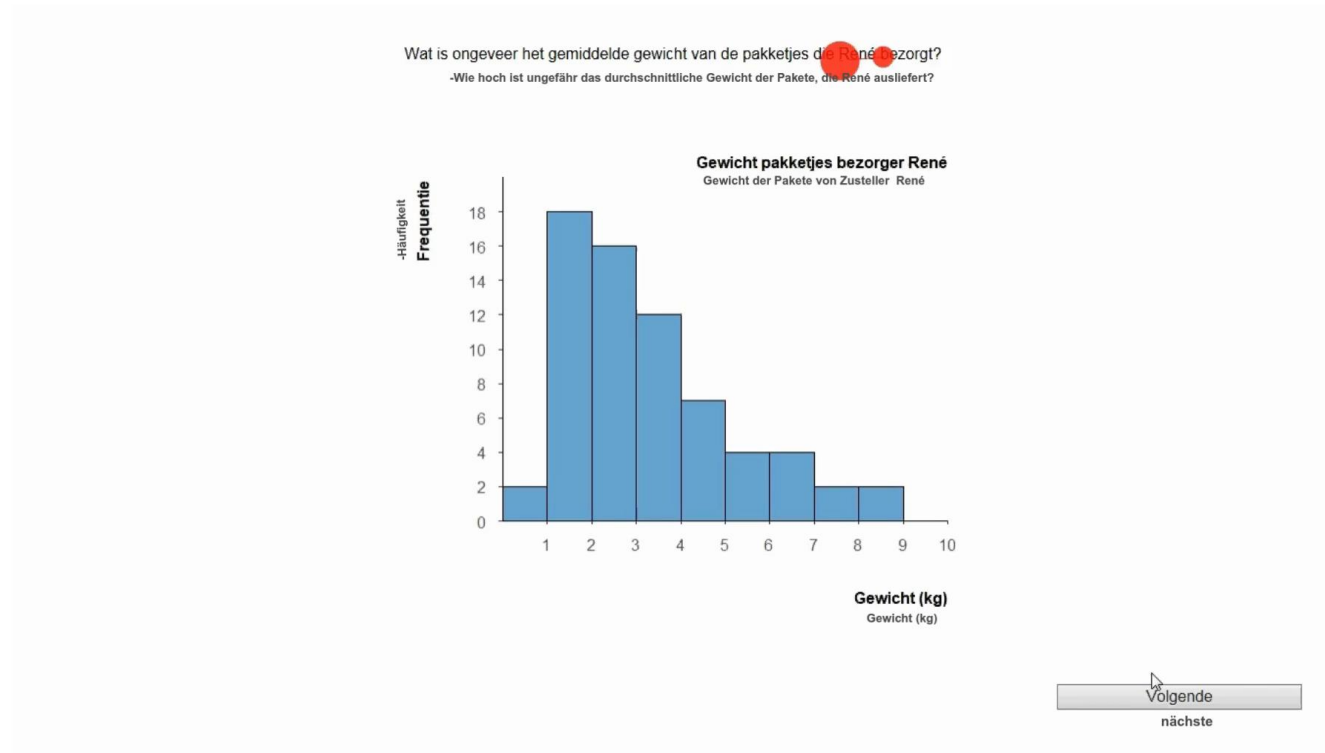
Take perspective



Co-funded by
the European Union

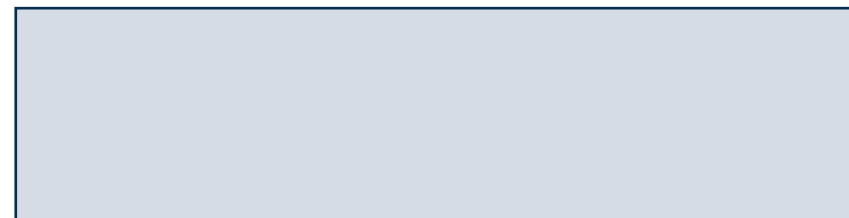
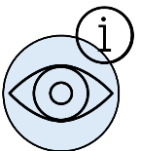
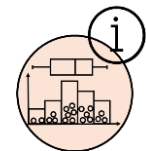
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Mustafas Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sieben."



Nach der Aufgabe wurde Mustafa sein eigenes Gaze Video gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Mustafas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



Indicate assumption

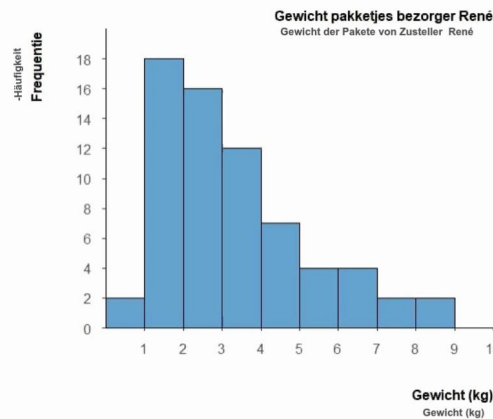


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Mustafas Kommentar: "Ich habe alle Häufigkeiten addiert und dann durch neun geteilt. So habe ich eine Zahl erhalten, die ungefähr dem Mittelwert entsprechen sollte."

Wat is ongeveer het gemiddelde gewicht van de pakketjes die René bezorgt?
-Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht der Pakete, die René ausliefert?



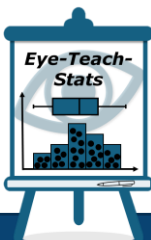
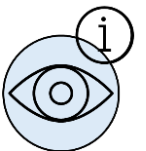
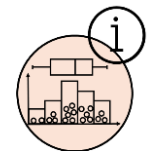
Volgende
nächste

Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Mustafa lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Mustafas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



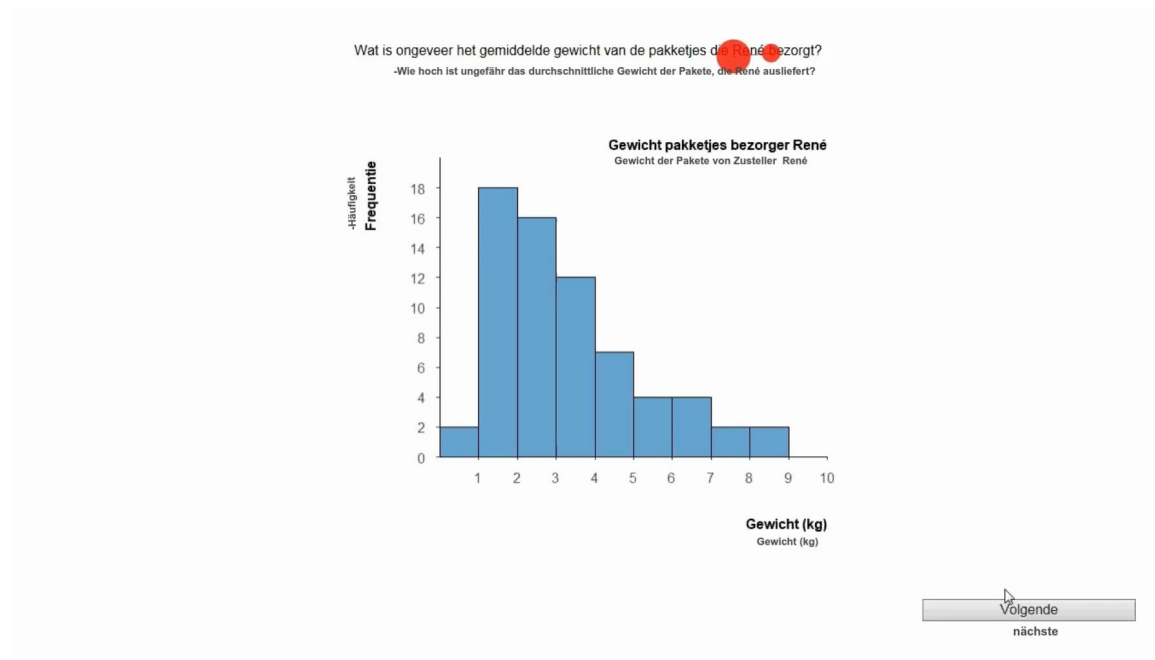
Evaluate solution



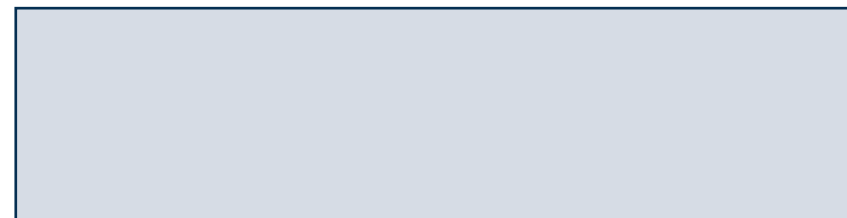
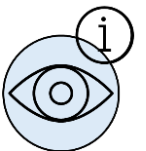
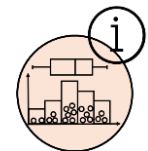
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Mustafas Kommentar: "Ich habe alle Häufigkeiten addiert und dann durch neun geteilt. So habe ich eine Zahl erhalten, die ungefähr dem Mittelwert entsprechen sollte."



Bewerten Sie Mustafas Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

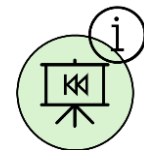
Mustafa hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit mit der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem erkennbaren systematischen Fehler, der als „**sum for mean: sum of frequencies**“ bezeichnet wird.

Beobachtbares Verhalten: Mustafa gab an, dass er die Häufigkeiten addiert und durch die Anzahl der Säulen geteilt habe, in der Annahme, dass dies den Mittelwert ergeben würde. Wir können auch beobachten, dass Mustafas Blick nach einiger Zeit zwischen den Höhen der Säulen und den Häufigkeitswerten entlang der y-Achse hin und her wanderte. Bei einigen Häufigkeiten deutet der wachsende Punkt darauf hin, dass er länger gebraucht hat. Der Blick wandert dann zur x-Achse, wo er besonders auf die Zahl 9 achtet, die der Gesamtzahl der Säulen im Histogramm entspricht. Dieses Verhalten deutet insgesamt auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir als „**sum for mean: sum of frequencies**“ bezeichnen.

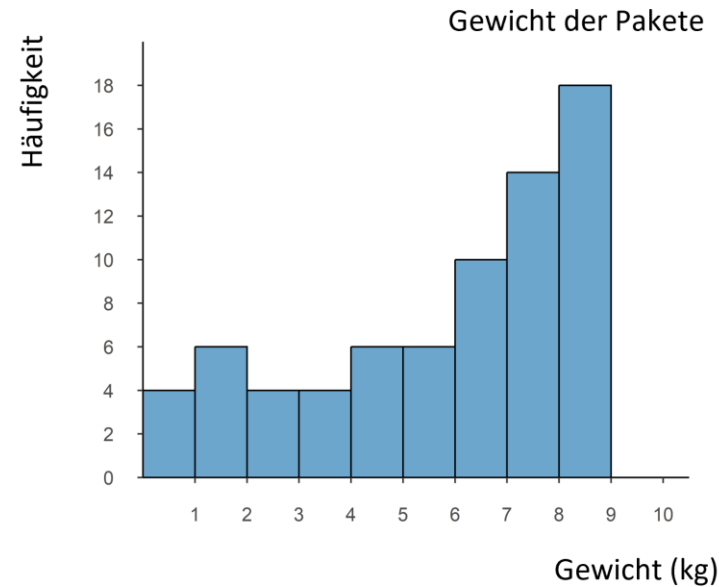
Interpretation durch Lehrende/Forschende: Seine Erklärung lässt vermuten, dass er die Säulenhöhen, die die Häufigkeiten darstellen, als die gemessenen Datenwerte selbst behandelt hat. Sein Blickmuster deutet darauf hin, dass er alle Häufigkeiten (dargestellt durch die Säulenhöhen) addiert und dann durch 9 geteilt hat, um den seiner Meinung nach arithmetischen Mittelwert zu ermitteln. Der wachsende Punkt deutet höchstwahrscheinlich darauf hin, dass Mustafa nachdenkt und die Häufigkeiten in seinem Kopf addiert. In einem Histogramm zeigt die horizontale Achse die Messwerte (in diesem Fall das Gewicht in kg), während die vertikale Achse die Häufigkeit der Messungen innerhalb eines bestimmten Intervalls (die Breite der Säulen) darstellt. Der Fehler tritt auf, wenn Schüler:innen die Höhe der Säulen (Häufigkeit) als Messwert interpretieren und nicht als Darstellung der Anzahl der Messwerte innerhalb eines bestimmten Bereichs. Obwohl dies für Histogramme falsch ist, ist diese Strategie für die Ermittlung des arithmetischen Mittels in einem Case-Value Plot korrekt. Mustafas Vorgehensweise spiegelt eine Verwechslung zwischen Häufigkeit und Messwert wider.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Mustafas systematischer Fehler ist wahrscheinlich auf eine zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit mit dem Begriff „Daten“ (wo, wie und welche Daten dargestellt werden) zurückzuführen, da er in einem Histogramm nicht zwischen Häufigkeiten und Messwerten unterscheidet. Solche konzeptionellen Schwierigkeiten treten häufig auf, wenn Schüler:innen nicht verstehen, dass die vertikale Achse in einem Histogramm angibt, wie viele Fälle in jede Klasse fallen, und nicht den Messwert selbst.

Korrekte Strategien für Histogramme: In einem Histogramm kann der Mittelwert geschätzt werden, indem der Punkt auf der horizontalen Achse gefunden wird, an dem das Histogramm (die Verteilung) ausgeglichen ist. In diesem Fall würde ihr Blick zwischen einem Punkt auf der horizontalen Achse und den Spitzen der Säulen auf und ab wandern und so einen Blickpfad entlang einer imaginären vertikalen Linie bilden. Der Mittelwert kann auch durch eine Berechnung geschätzt werden: indem man den Mittelpunkt jeder Säule (der die Messwerte innerhalb dieser Säule darstellt) mit der entsprechenden Häufigkeit (der Säulenhöhe) multipliziert, diese Produkte addiert und dann durch die Summe der Häufigkeiten (die Gesamtzahl der Datenpunkte) dividiert.

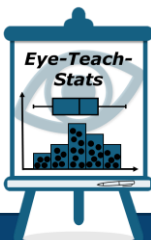
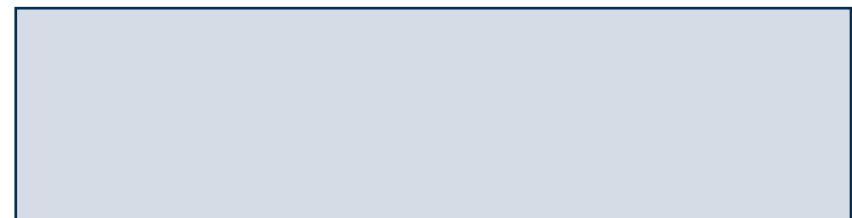


Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht der Pakete, die Alvaro ausliefert?



Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in zeigt denselben systematischen Fehler und nutzt die Summe der Häufigkeiten für den Mittelwert.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Erwarten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

13 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer
Überbetonung der Anzahl der Säulen

Introducing situation



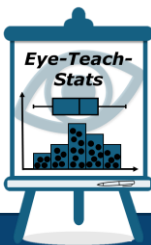
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse zum Thema Dateninterpretation und Sie führen Ihre Schüler:innen in den Vergleich von Datenverteilungen anhand von Histogrammen ein.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Finn Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihm gestellt haben. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Finn arbeitet.

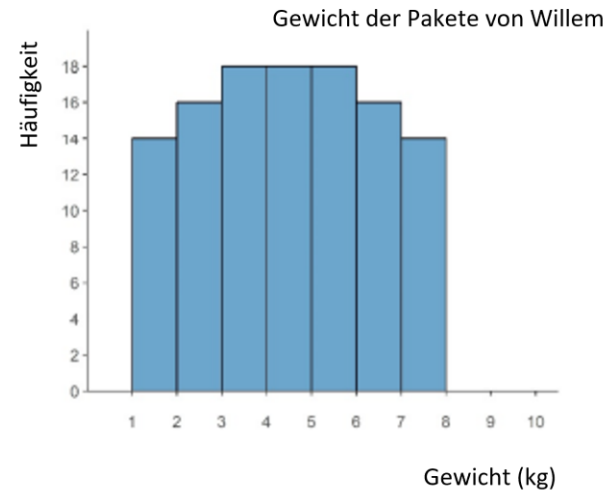
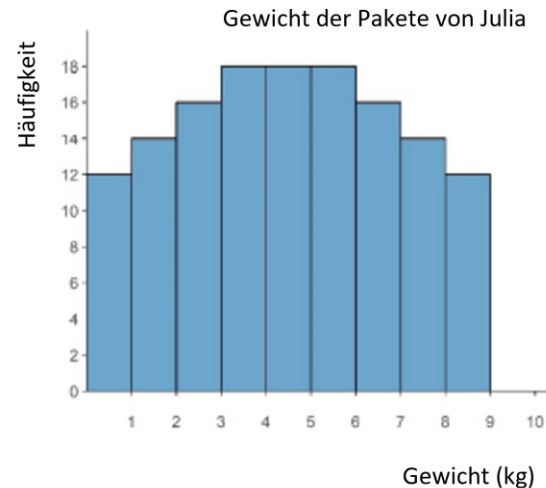


Students task



Co-funded by
the European Union

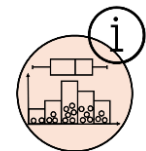
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Welche:r Postmitarbeiter:in stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu?

- a) Julia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Willem stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.

Dies ist die Aufgabe, an der Finn arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



- a) Julia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Willem stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.



Introducing eye-tracking

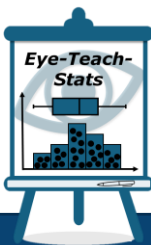


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Finns Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



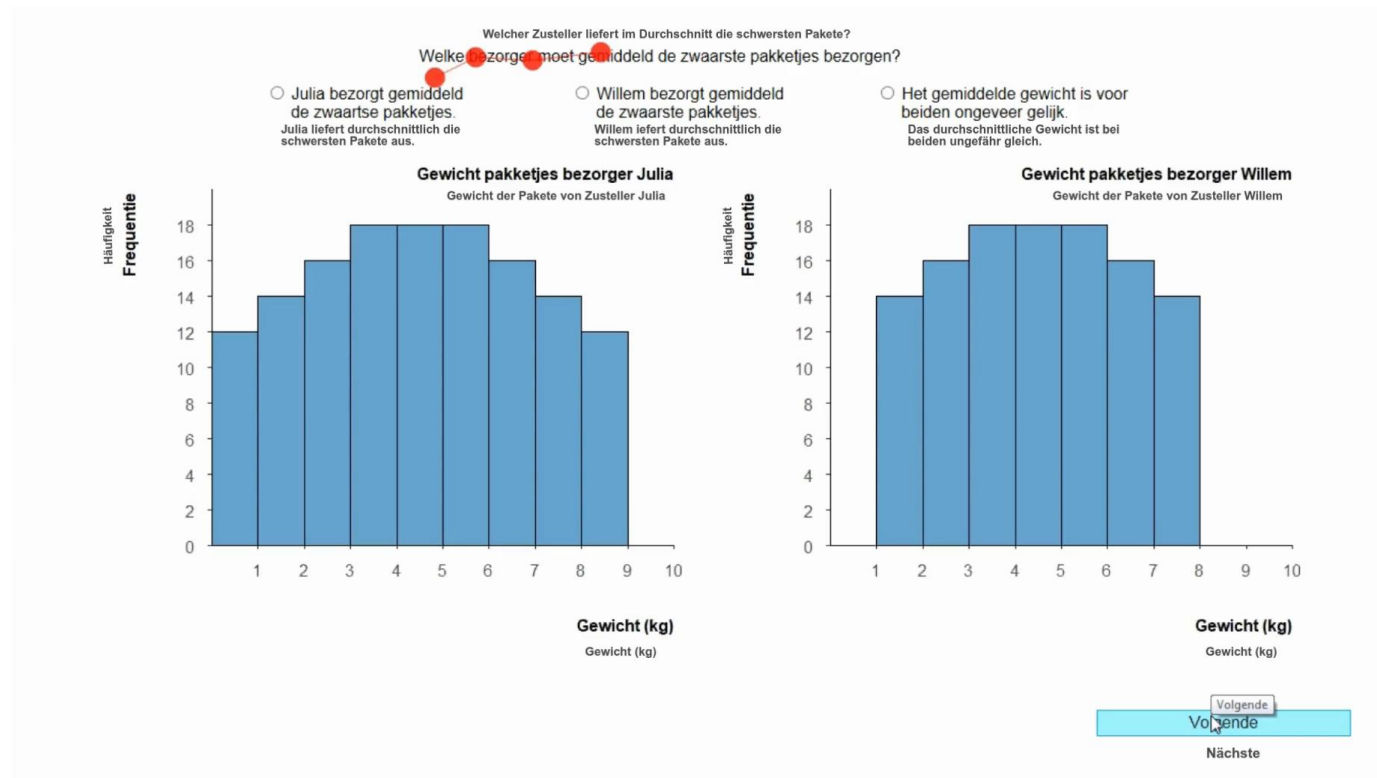
First look



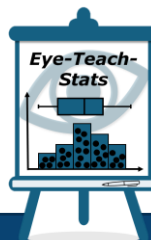
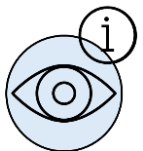
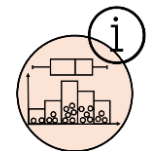
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Finns Antwort: "Julia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu."



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihres Schülers Finn zeigt und auf seine Antwort.



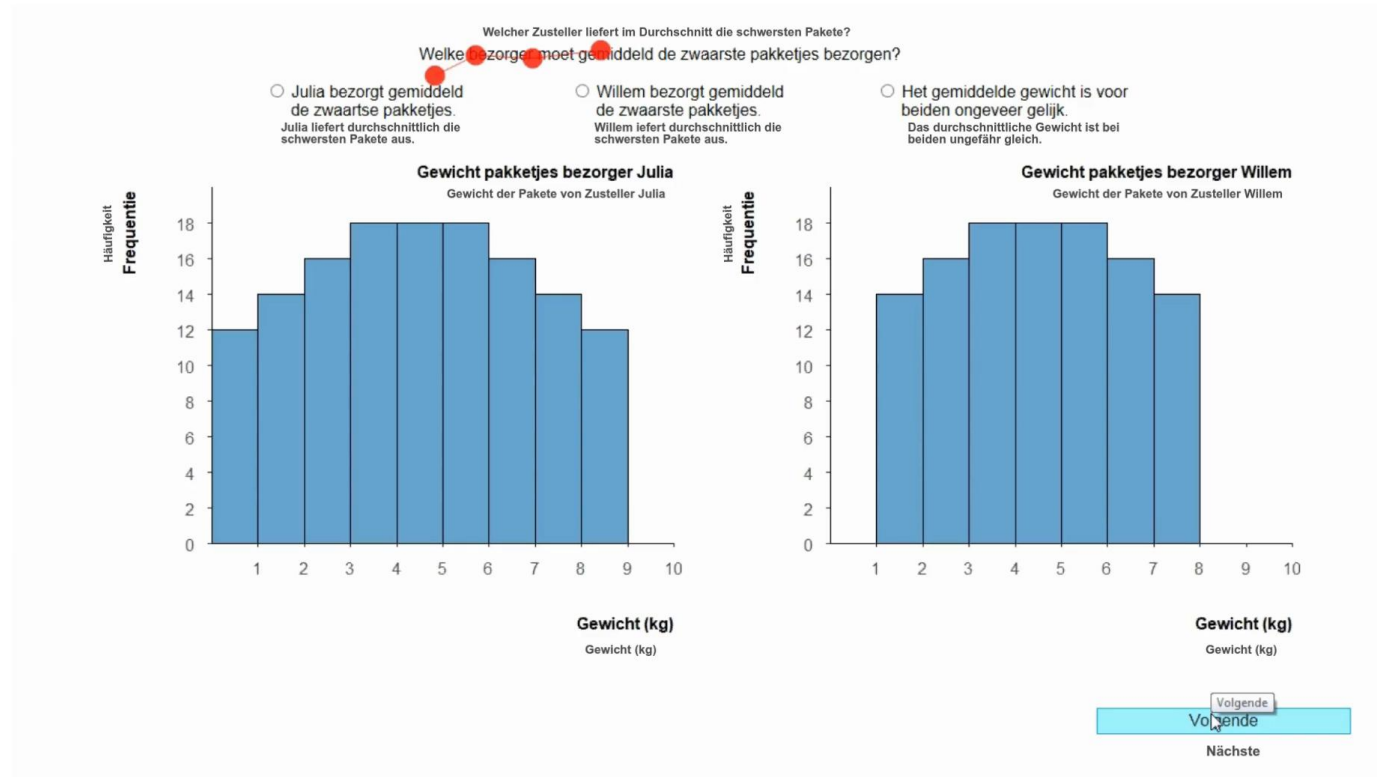
Take perspective



Co-funded by
the European Union

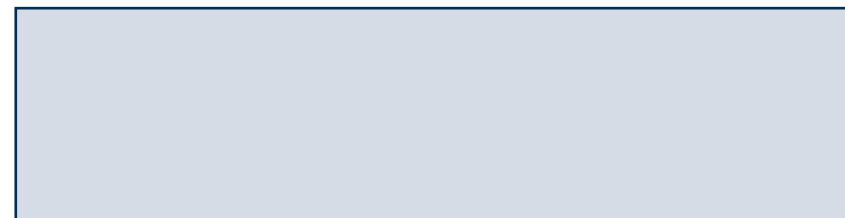
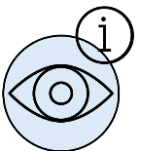
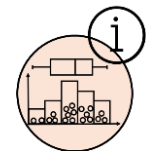
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Finns Antwort: "Julia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu."



Nach der Aufgabe wurde Finn sein eigenes Gaze Video gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Finns Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



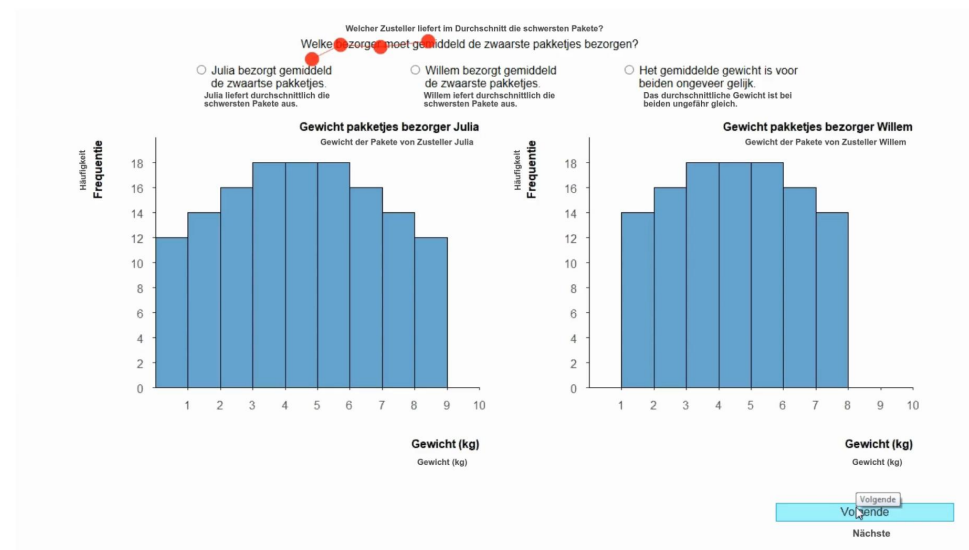
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

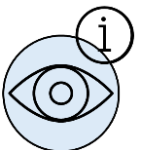
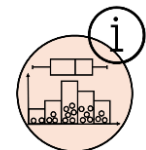
Finns Kommentar: "Ich habe mir die Säulen angesehen und sie verglichen. Ich habe festgestellt, dass Willem weniger Säulen hat und Julia mehr Säulen über den gesamten Bereich verteilt sind. Da es sich um das Durchschnittsgewicht handelt, dachte ich, dass mehr Säulen, wie in Julias Histogramm, ein höheres Durchschnittsgewicht bedeuten. Auch wenn bei Willem einige Säulen fehlen, dachte ich, dass dies bedeutet, dass in diesen Bereichen nichts vorhanden ist. Daher habe ich Julia ausgewählt, da ich mehr Säulen gesehen habe und davon ausgegangen bin, dass dies das Durchschnittsgewicht erhöht."



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Finn lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Finns Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



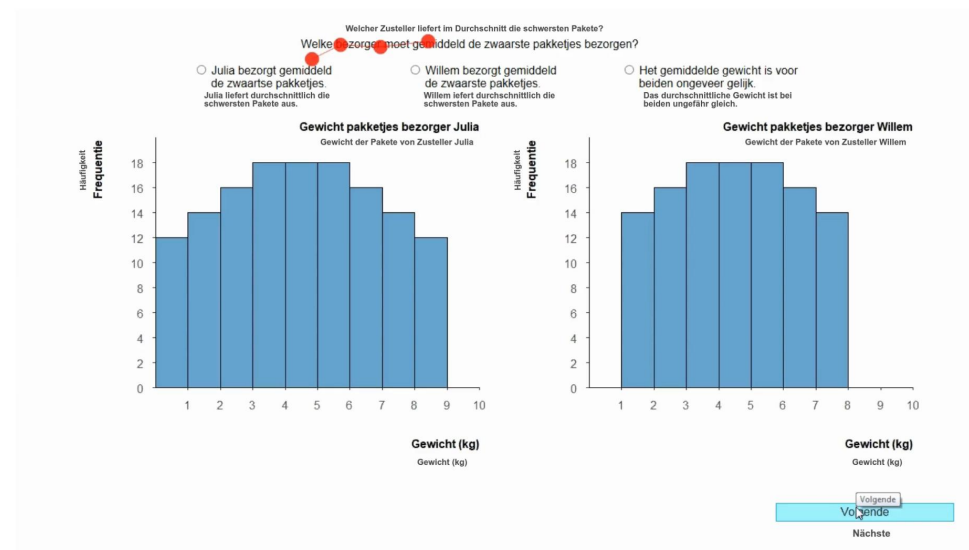
Evaluate solution



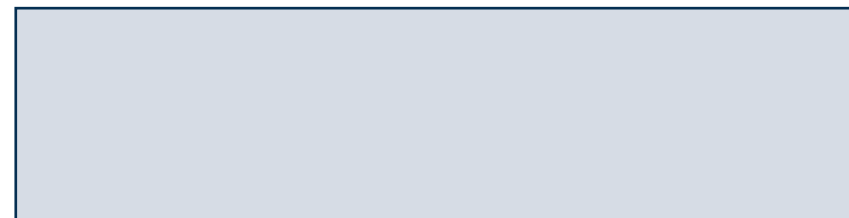
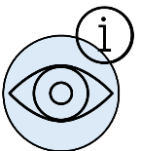
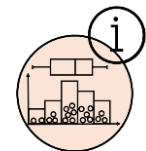
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Finns Kommentar: "Ich habe mir die Säulen angesehen und sie verglichen. Ich habe festgestellt, dass Willem weniger Säulen hat und Julia mehr Säulen über den gesamten Bereich verteilt sind. Da es sich um das Durchschnittsgewicht handelt, dachte ich, dass mehr Säulen, wie in Julias Histogramm, ein höheres Durchschnittsgewicht bedeuten. Auch wenn bei Willem einige Säulen fehlen, dachte ich, dass dies bedeutet, dass in diesen Bereichen nichts vorhanden ist. Daher habe ich Julia ausgewählt, da ich mehr Säulen gesehen habe und davon ausgegangen bin, dass dies das Durchschnittsgewicht erhöht."



Bewerten Sie Finns Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

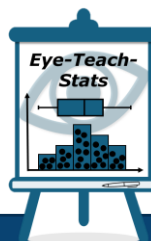
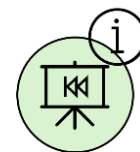
Den Fehler verstehen:

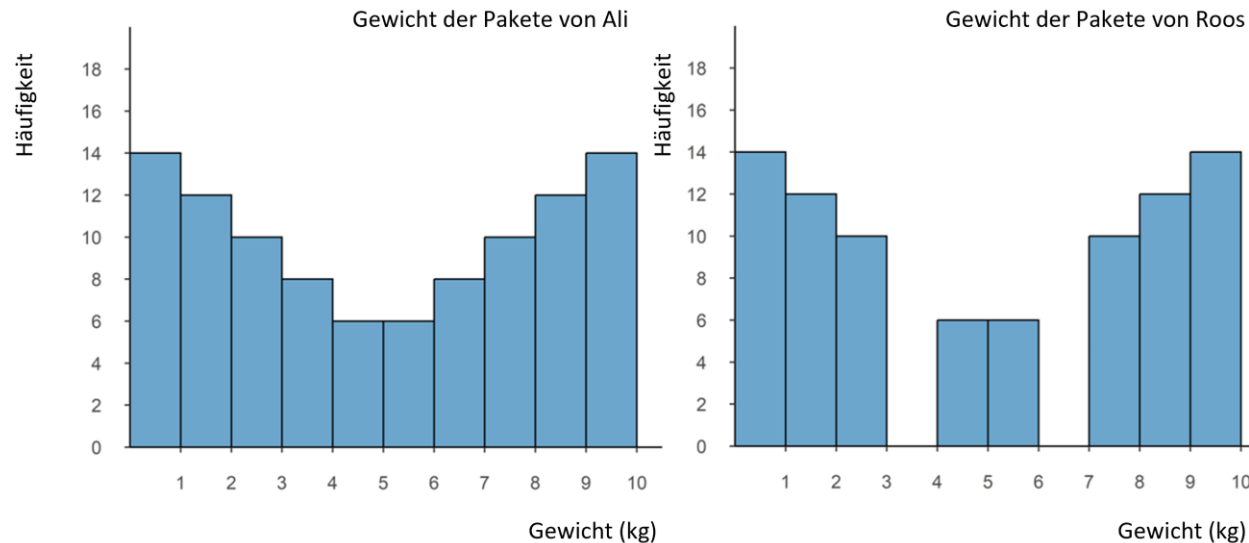
Finn hat eine zugrundeliegende konzeptuelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem erkennbaren systematischen Fehler, der als **"overemphasizing local features: number of bars"** bezeichnet wird.

Beobachtbares Verhalten: Finn gab an, dass er die Anzahl der Säulen in den Grafiken verglichen habe und festgestellt habe, dass Julias Histogramm über den gesamten Bereich mehr Säulen aufweise. Er erklärte, dass mehr Säulen die Summe der Gewichte und damit den Mittelwert erhöhen. Die Blickdaten zeigen, dass Finn seinen Blick wiederholt von einer Säule in einem Histogramm zu einer entsprechenden Säule im anderen Histogramm bewegte. Er schaute nicht explizit auf die „Null“-Säulen im Willem-Histogramm. Zusammengefasst deutet dies auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir als **"Überbetonung lokaler Merkmale bezeichnen: number of bars"** bei der Interpretation von Histogrammen.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Aufgrund seines beobachteten Verhaltens scheint es, dass Finn sich in erster Linie auf die Anzahl und die visuelle Verteilung der Säulen in jedem Histogramm konzentriert hat. Er hat dabei ignoriert, dass aufgrund der Symmetrie (der Gesamtverteilung) die GSchwerpunkte der Daten (entlang der horizontalen Achse) in beiden Histogrammen identisch sind. Es scheint, dass er die Grafik als Case-Value Plot interpretiert hat, in dem jede Säule für einen Messwert steht. In Histogrammen werden die Daten jedoch in Klassen zusammengefasst, wobei die Position einer Säule den Bereich der Messwerte in dieser Säule darstellt und die Höhe jeder Säule die Anzahl der Messungen (also die Häufigkeit) angibt. Der Vergleich einzelner Säulen zwischen Histogrammen ohne Berücksichtigung der Verteilungseigenschaften (einschließlich ihrer Positionen) führt zu falschen Schlussfolgerungen über die ungefähren Mittelwerte.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Der systematische Fehler ist wahrscheinlich auf eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit mit den Begriffen „Daten“ und „Verteilung“ zurückzuführen, also bei der Bestimmung und dem Vergleich von Mittelwerten in Histogrammen. Finn hat die Anzahl der Säulen überbewertet und die Intervalle mit einer Häufigkeit von Null nicht korrekt berücksichtigt, die in diesem Paar an Histogrammen keinen Einfluss auf den Mittelwert hatten. In Histogrammen hat das Hinzufügen von Säulen, sodass der Schwerpunkt entlang der horizontalen Achse gleich bleibt, keinen Einfluss auf den Mittelwert.



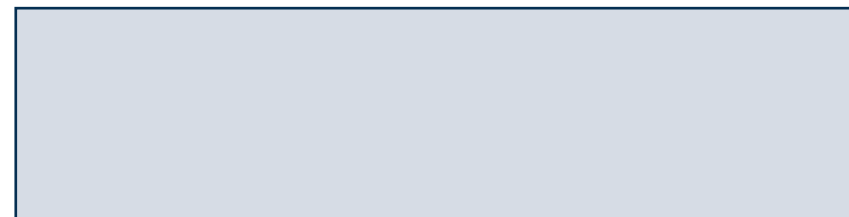


Welche:r Postmitarbeiter:in stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu?

- a) Ali stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Roos stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.

Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in zeigt denselben systematischen Fehler der Überbetonung lokaler Merkmale: number of bars.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Expecten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

14 Boxplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem Area-Bias

Introducing situation



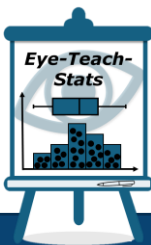
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 8. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Boxplots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Linda Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Linda arbeitet.



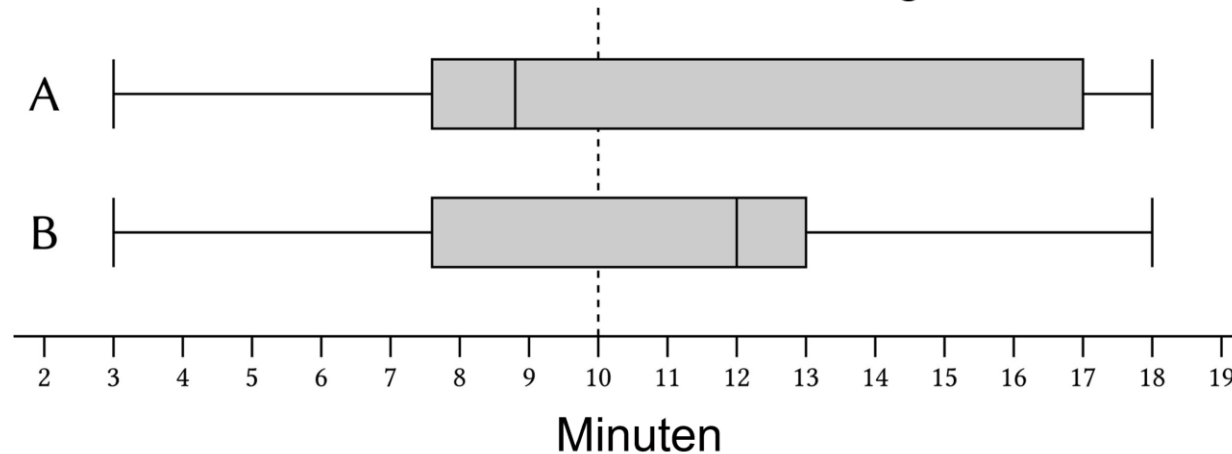
Students task



Co-funded by
the European Union

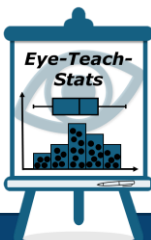
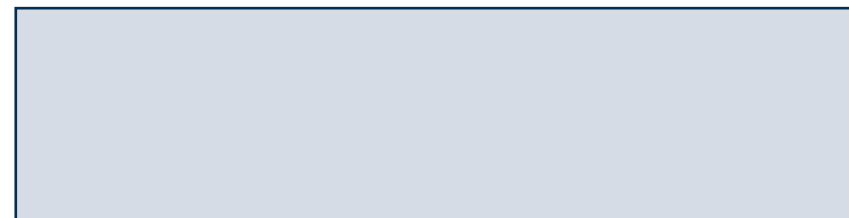
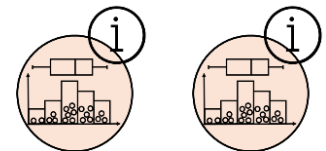
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zwei Schulen A und B werden von der gleichen Anzahl von Schüler:innen besucht. Alle Schüler:innen haben in einer Umfrage angegeben, wie viele Minuten sie morgens für den Weg zur Schule benötigen. Die Ergebnisse werden in zwei Boxplots dargestellt. Eine der beiden Schulen (A oder B) hat einen größeren Anteil an Schüler:innen, die mehr als 10 Minuten zur Schule gehen. Entscheide welche.



Dies ist die Aufgabe, an der Linda arbeitet.

Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

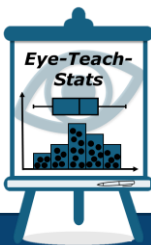


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten eine Heatmap mit Lindas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Diese zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



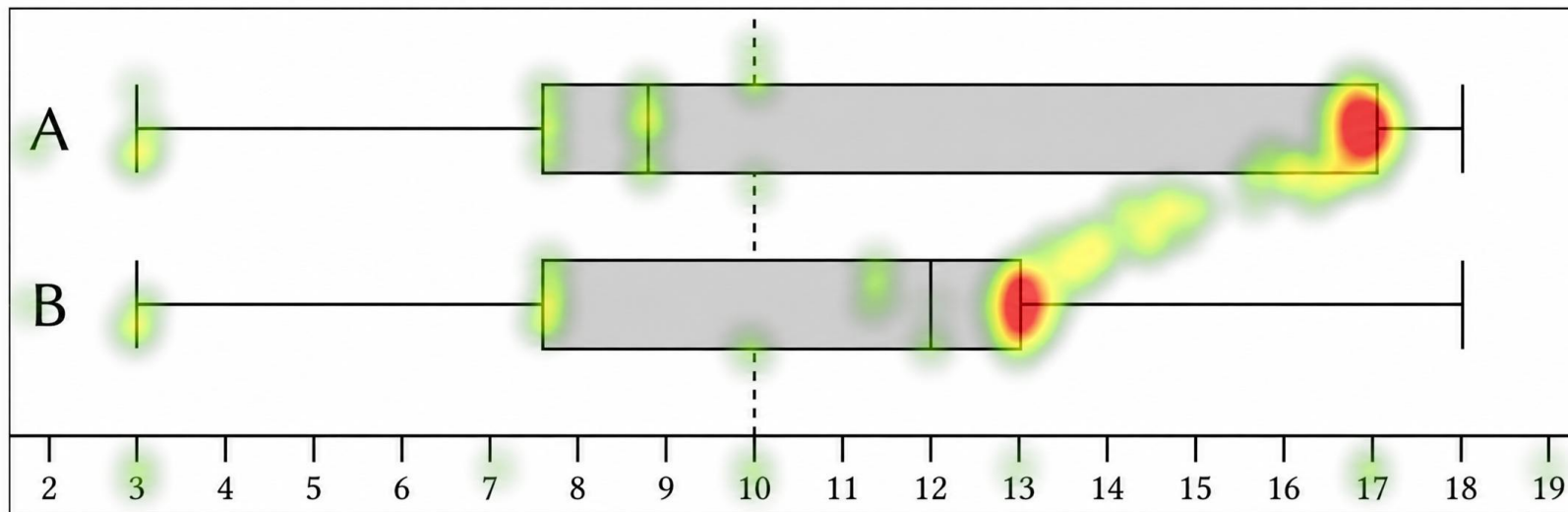
First look



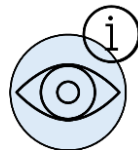
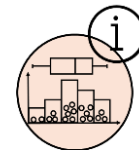
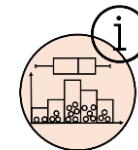
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Linda's Antwort: "Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen."



Werfen Sie einen Blick auf die Heatmap, die die Blickdaten Ihrer Schülerin Linda zeigt und auf ihre Antwort.



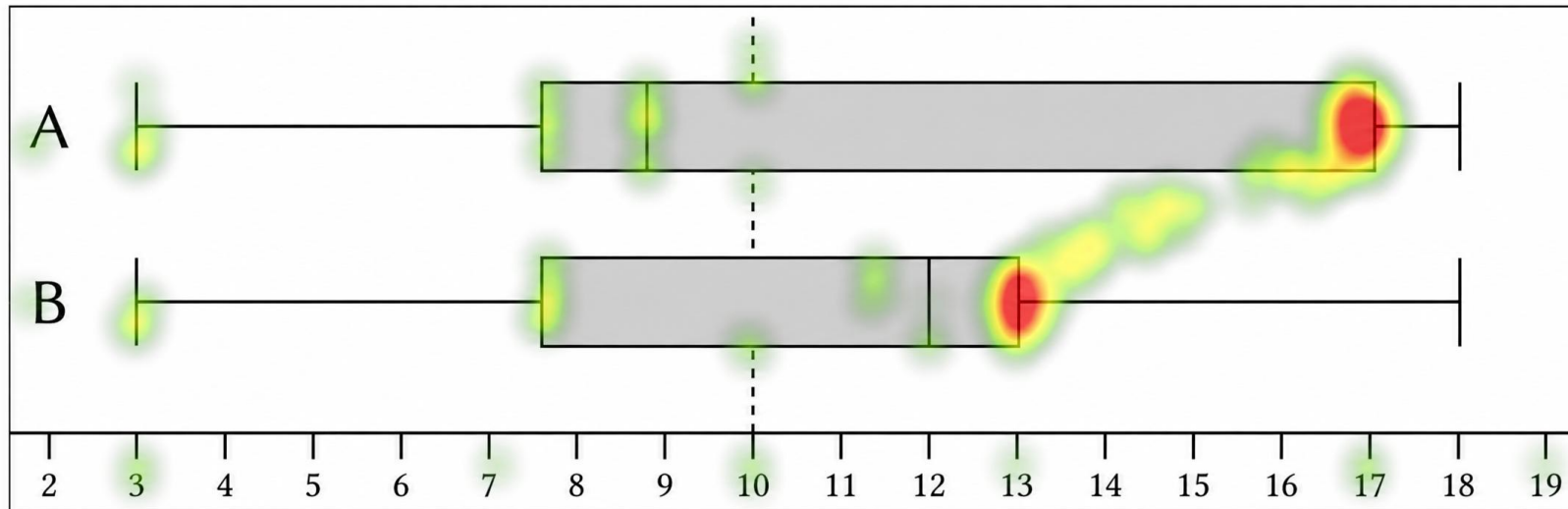
Take perspective



Co-funded by
the European Union

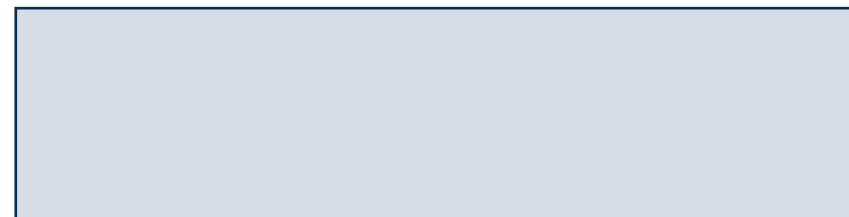
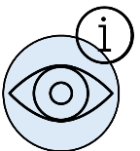
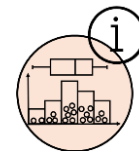
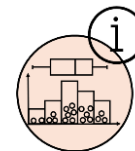
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Lindas Antwort: "Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen."



Nach der Aufgabe wurde Linda ihre eigene Heatmap gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie Lindas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



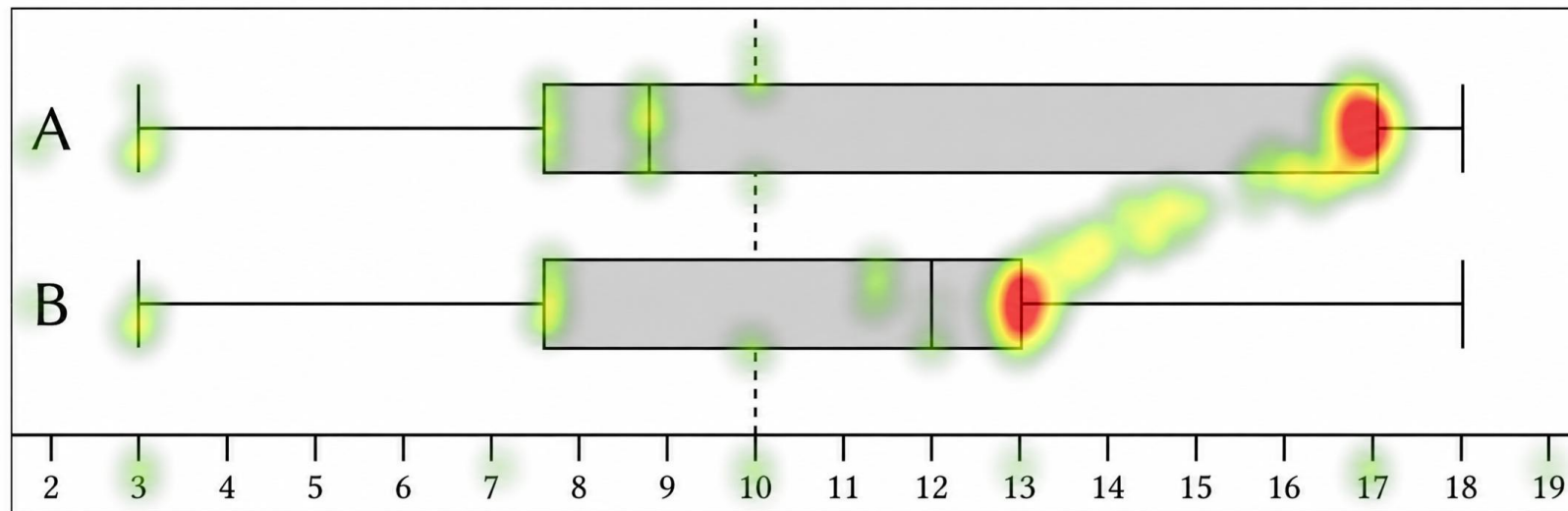
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Lindas Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“

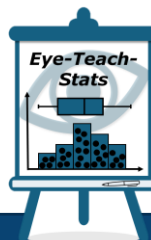
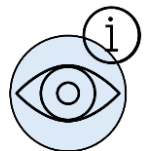
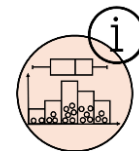
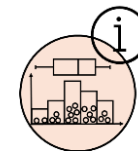


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Linda lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Lindas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



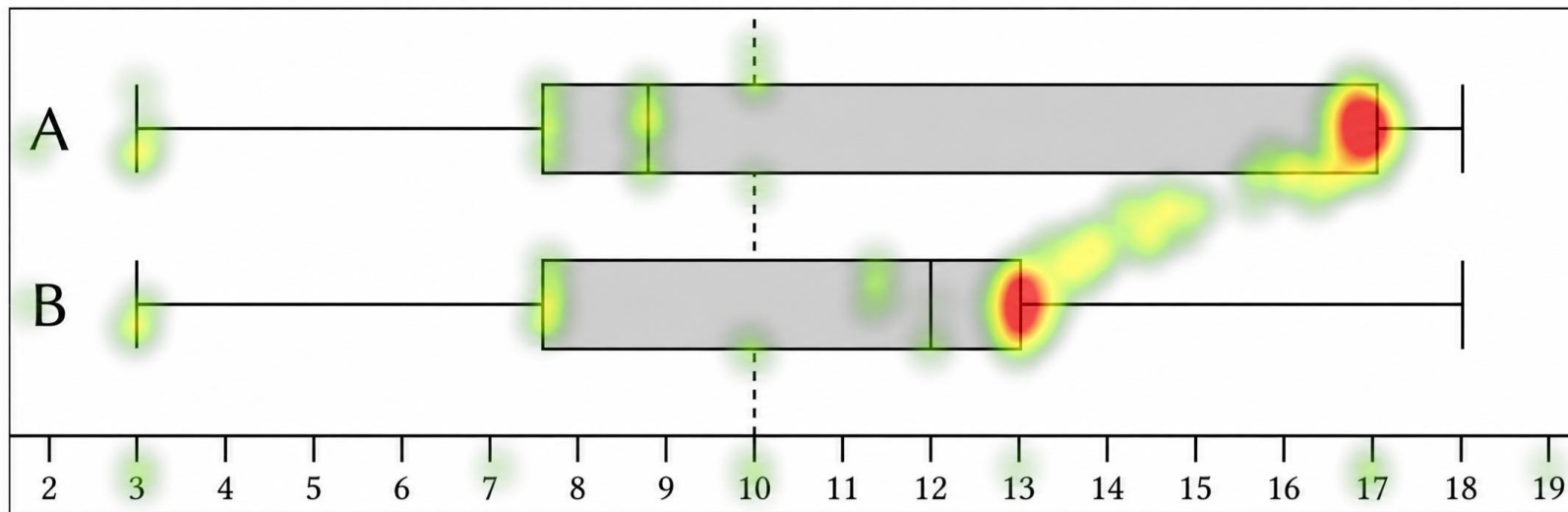
Evaluate solution



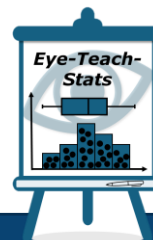
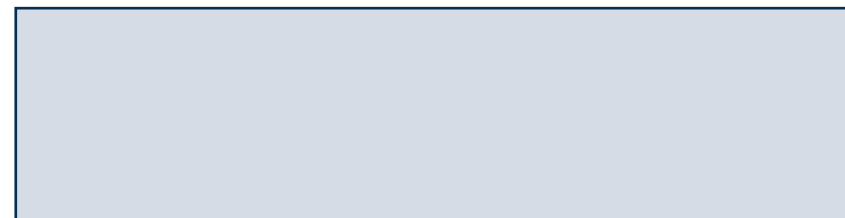
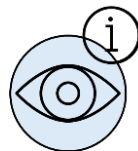
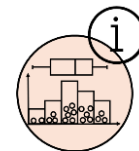
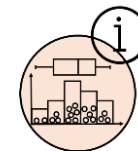
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Lindas Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“



Bewerten Sie Lindas Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

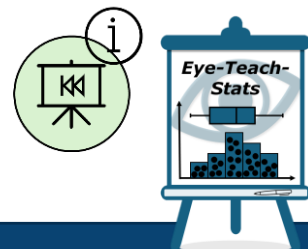
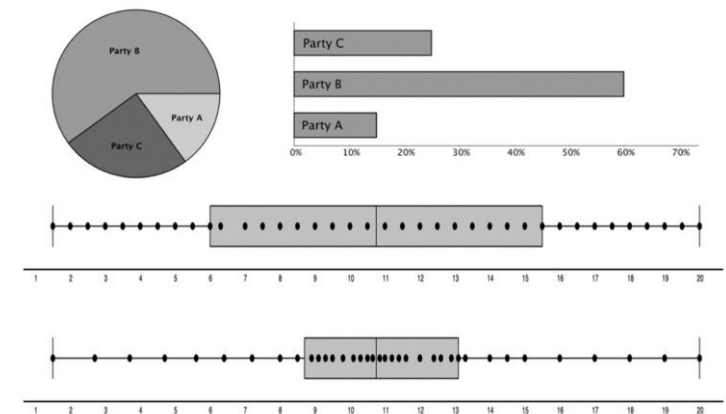
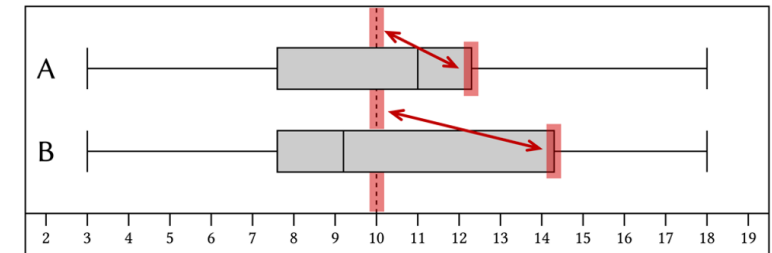
Den Fehler verstehen:

Linda hat eine grundlegende konzeptuelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Boxplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, dem sogenannten **Area-Bias**.

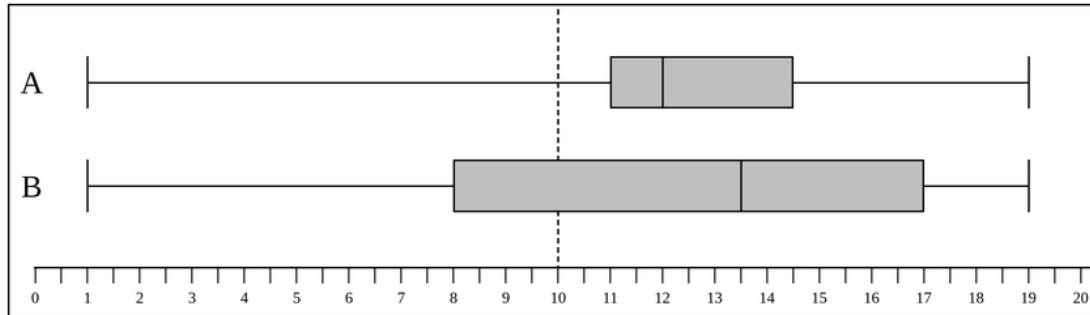
Beobachtbares Verhalten: Linda beschreibt in ihrem Kommentar, dass sie die Frage, welcher von zwei Boxplots mehr Datenpunkte oberhalb eines bestimmten Werts repräsentiert, danach entscheidet, welcher der beiden Boxplots mehr Boxfläche oberhalb dieses kritischen Werts zeigt. In ihren Blickbewegungen zeigt sich zudem ein deutlicher Fokus auf den dritten Quartilen, welche die rechte Begrenzung der Box darstellen.

Interpretation durch die Lehrkraft / Forschende: Eine plausible Erklärung für Lindas Lösungsansatz und ihre Blickbewegungen ist, dass sie fehlerhaft davon ausgeht, dass eine größere Boxfläche im Boxplot auch einem größeren Anteil an der repräsentierten Stichprobe entspricht. Zu dieser Annahme passt nicht nur Lindas Kommentar, sondern auch ihre Blickbewegungen, da hier der Fokus auf den dritten Quartilen liegt, die anzeigen, wie viel Fläche der Box sich jeweils oberhalb des kritischen Werts befindet.

Zugrundeliegende konzeptuelle Schwierigkeit: Wenn Lernende zum ersten Mal mit Boxplots in Berührung kommen, haben sie in der Regel bereits längere Zeit mit Darstellungsformen wie Kreis- oder Balkendiagrammen gearbeitet. In diesen Darstellungsformen ist Lindas Annahme, dass ein proportionaler Zusammenhang zwischen Fläche und repräsentiertem Stichprobenanteil besteht, korrekt. Bei Boxplots ist das dagegen nicht der Fall, da die Box immer die mittlere Hälfte der Daten repräsentiert und die Boxfläche bzw. Boxbreite somit ein Maß für die Variabilität des Datensatzes darstellt und anzeigt, wie stark die mittlere Datenhälfte streut (Interquartilsabstand). Wenn Lernende bei der Interpretation von Boxplots ihr Vorwissen zu anderen statistischen Repräsentationen unzulässig übertragen, tritt der systematische Fehler auf, den Sie gerade bei Ihrer Schülerin Linda beobachten konnten.



Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.



Drei Schüler:innen haben bei der Lösung der Aufgabe unterschiedliche Überlegungen angestellt:

Kira: „Die Quartile teilen die Daten in vier Teile mit ungefähr der gleichen Anzahl von Werten. Daher kann man anhand der Position der Quartile erkennen, in welchen Bereichen sich die verschiedenen Viertel der Stichprobe befinden.“

Lionel: „Die Spannweite zeigt, wie weit alle Datenpunkte verteilt sind, während die Box nur die mittlere Hälfte der Daten umfasst. Anhand der Position der Box kann man erkennen, wo sich die meisten Datenpunkte befinden.“

Tom: „Die Box stellt die zentralen Datenpunkte dar, und wir können anhand der Box Aussagen über die Verteilung der Stichprobe treffen, da sich die Größe der Box je nach Anordnung der Datenpunkte ändert.“

Welches dieser Argumente führt am ehesten zu einer falschen Antwort?

☐ Kiras

☐ Lionels

☐ Toms



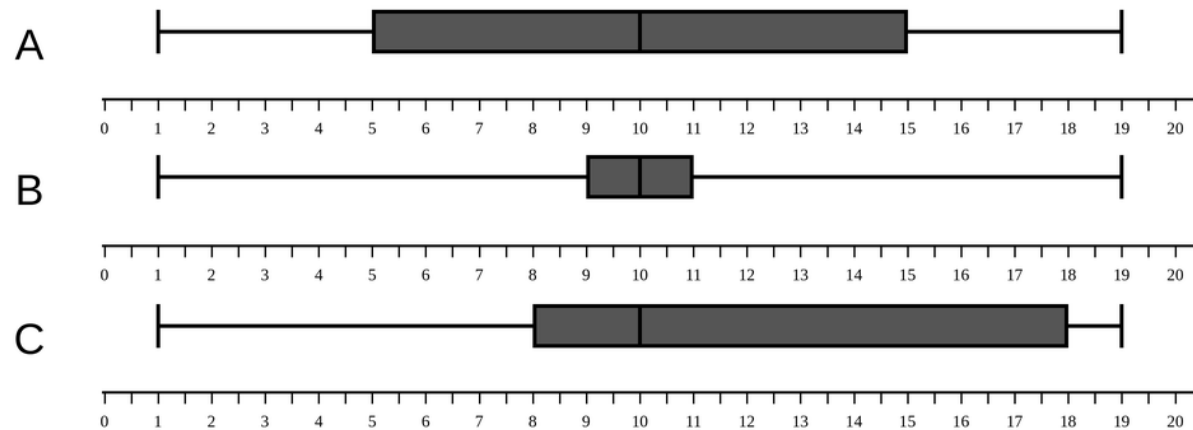
Practice II



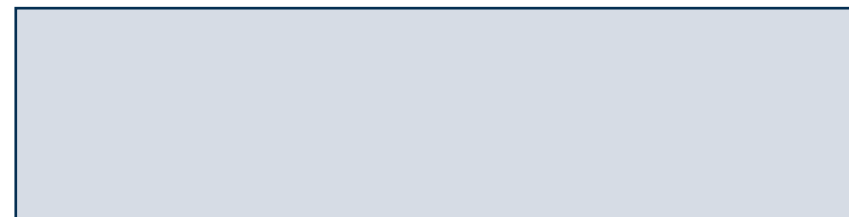
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Amy hat konzeptionelle Schwierigkeiten mit der Bedeutung der Box in einem Boxplot, da sie die Größe der Box offenbar mit der Häufigkeit der Datenpunkte in Verbindung bringt. Sie hat bei jeder der folgenden drei Aussagen entschieden, ob diese wahr oder falsch ist. Sagen Sie Amys Antwort auf jede Aussage voraus und begründen Sie Ihre Vorhersage kurz.



- Aussage 1: In allen drei Boxplots ist der Anteil der Datenpunkte über und unter 10 gleich groß.
- Aussage 2: In Boxplot A häufen sich die Datenpunkte in der Mitte, während zu den Rändern hin weniger Datenpunkte liegen.
- Aussage 3: Boxplot A stellt mehr Datenpunkte dar als Boxplot B.



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

15 Boxplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem Area-Bias

Introducing situation



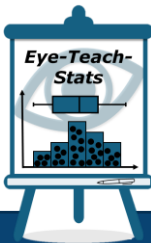
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 8. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Boxplots ein.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Paul Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihm gestellt haben. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Paul arbeitet.



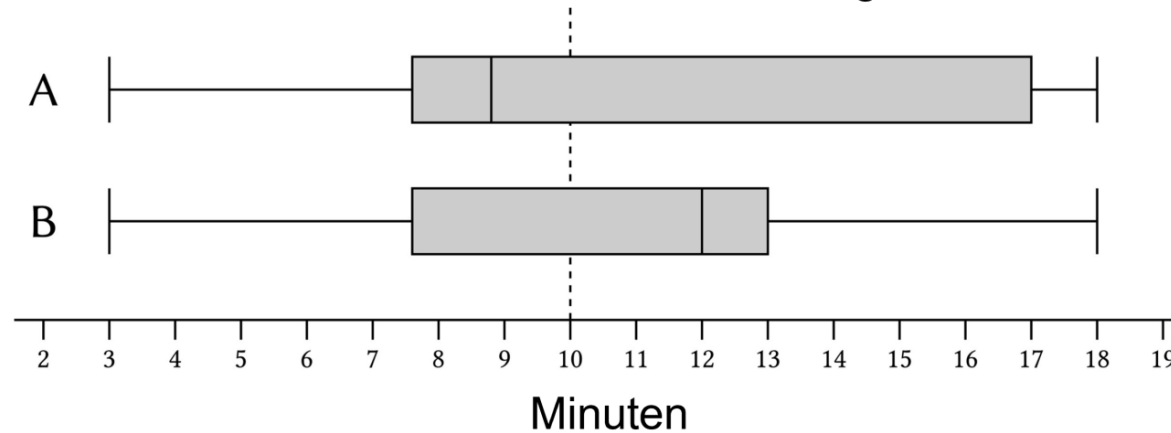
Students task



Co-funded by
the European Union

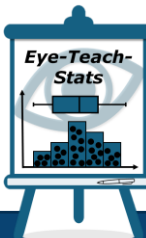
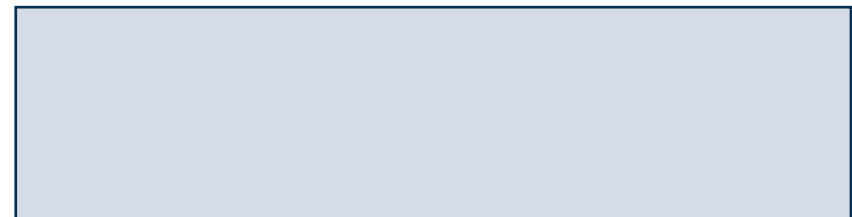
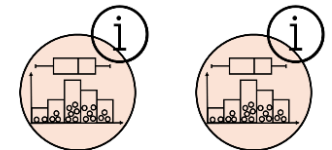
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zwei Schulen A und B werden von der gleichen Anzahl von Schüler:innen besucht. Alle Schüler:innen haben in einer Umfrage angegeben, wie viele Minuten sie morgens für den Weg zur Schule benötigen. Die Ergebnisse werden in zwei Boxplots dargestellt. Eine der beiden Schulen (A oder B) hat einen größeren Anteil an Schüler:innen, die mehr als 10 Minuten zur Schule gehen. Entscheide welche.



Dies ist die Aufgabe, an der Paul arbeitet.

Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

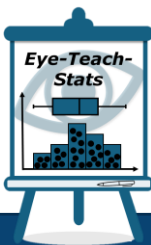


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten einen Gaze Plot mit Pauls Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieser Gaze Plot zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



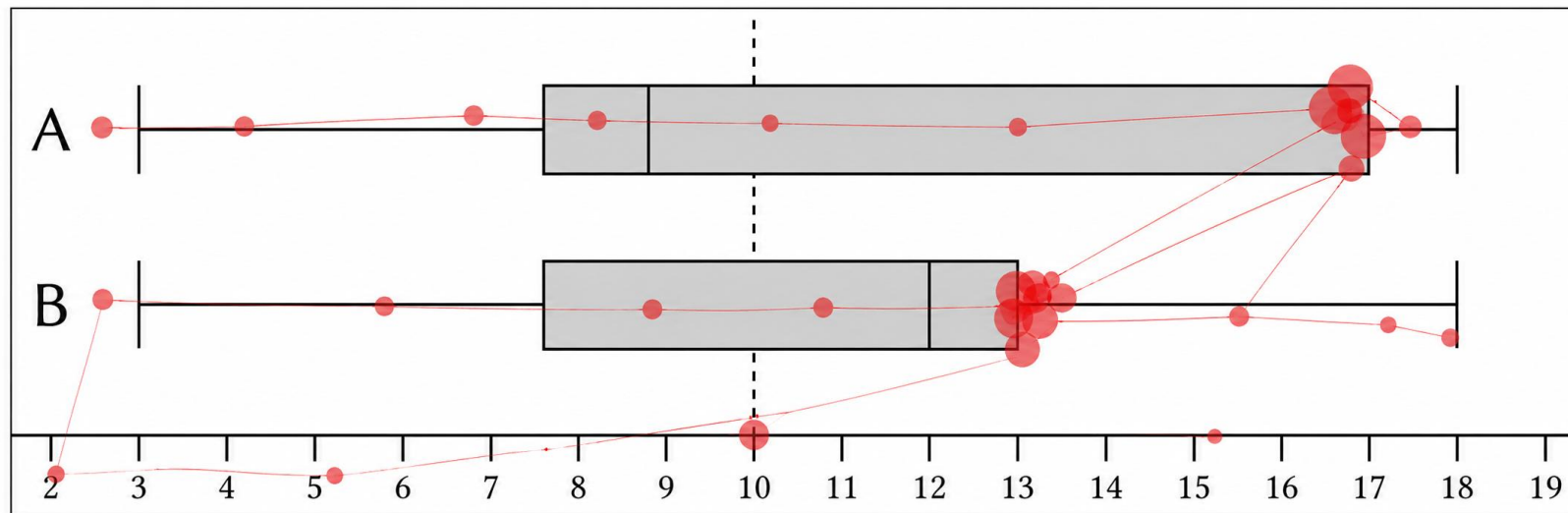
First look



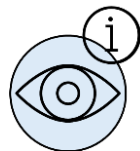
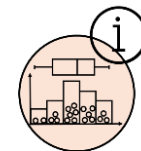
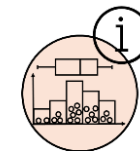
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Pauls Antwort: „Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen.“



Werfen Sie einen Blick auf den Gaze Plot, der die Blickdaten Ihres Schülers Paul zeigt und auf seine Antwort.



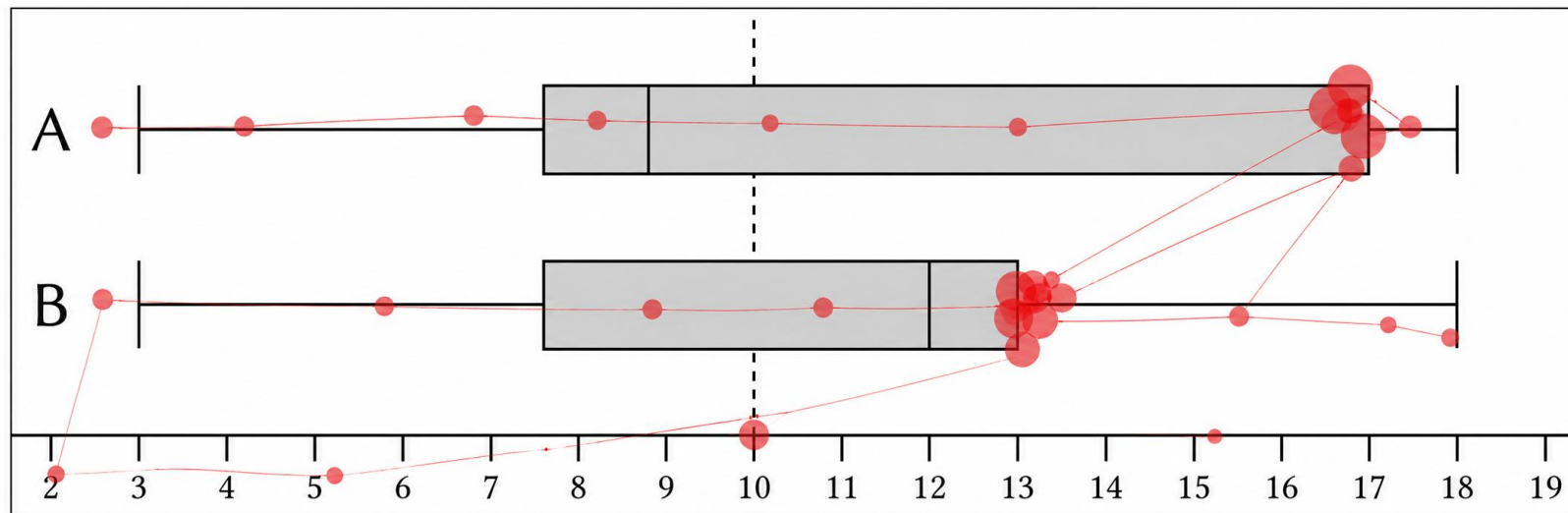
Take perspective



Co-funded by
the European Union

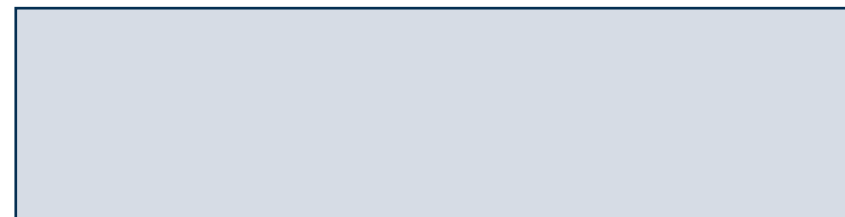
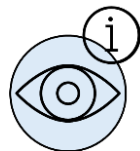
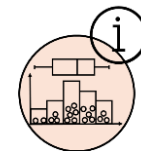
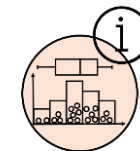
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Pauls Antwort: „Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen.“



Nach der Aufgabe wurde Paul sein eigener Gaze Plot gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Pauls Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



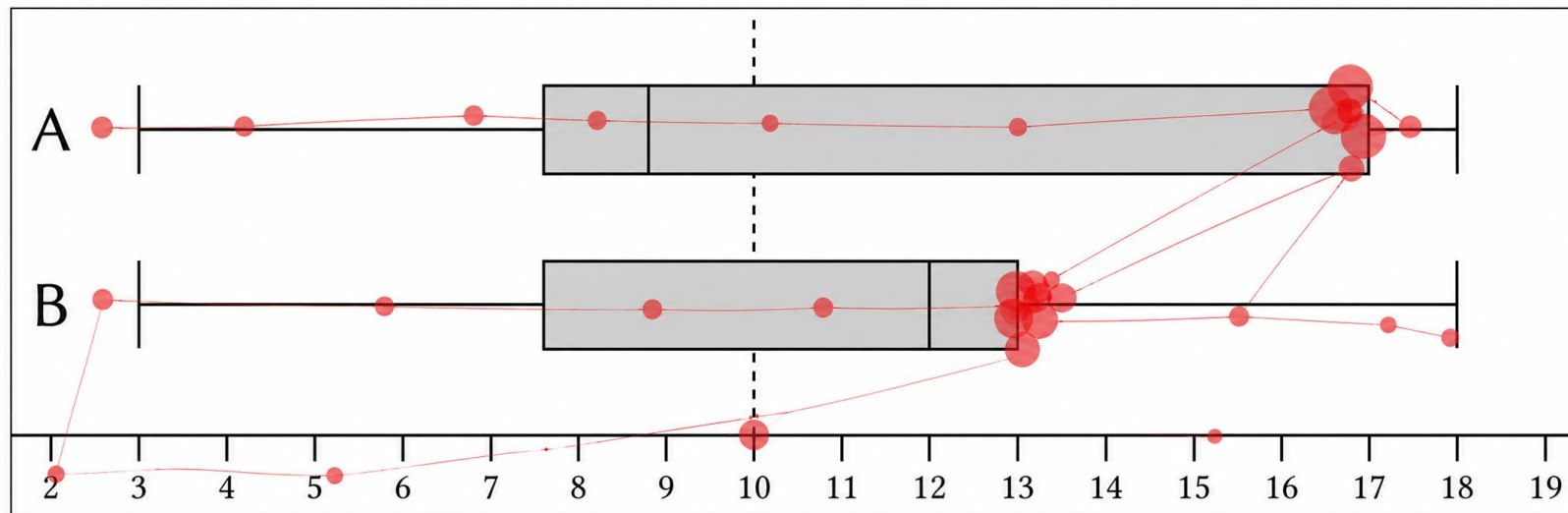
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Pauls Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“

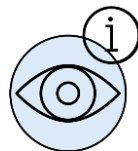
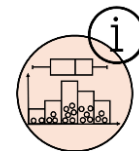
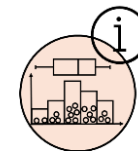


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Paul lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Pauls Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



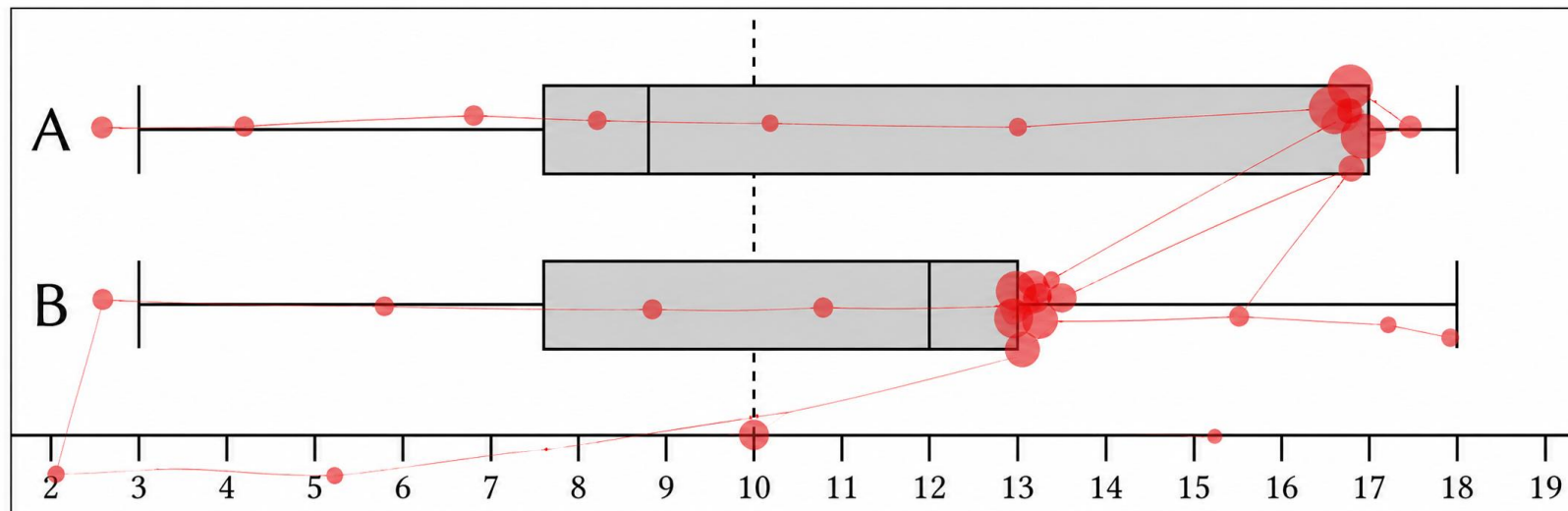
Evaluate solution



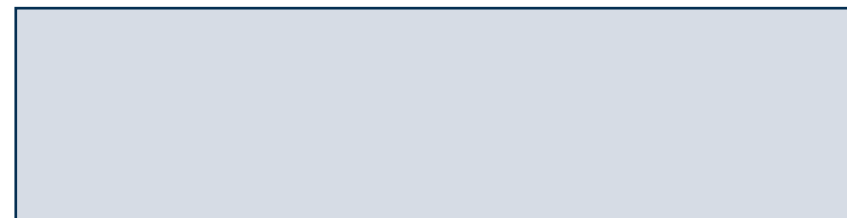
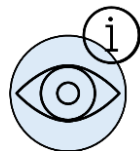
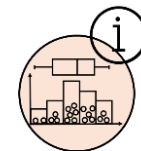
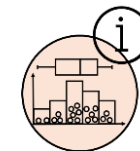
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Pauls Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“



Bewerten Sie Pauls Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

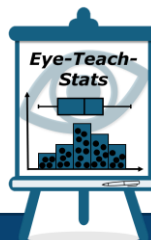
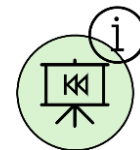
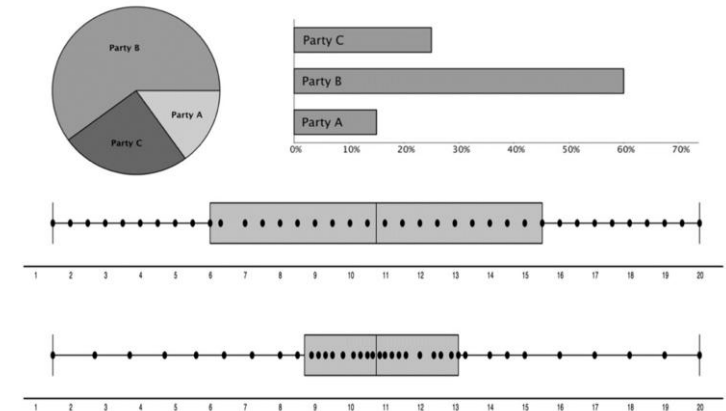
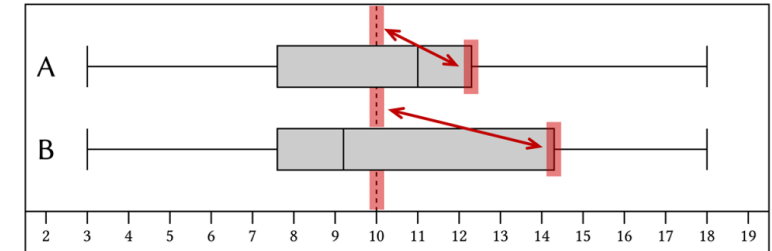
Den Fehler verstehen:

Paul hat eine grundlegende konzeptuelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Boxplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, dem sogenannten **Area-Bias**.

Beobachtbares Verhalten: Paul beschreibt in seinem Kommentar, dass er die Frage, welcher von zwei Boxplots mehr Datenpunkte oberhalb eines bestimmten Werts repräsentiert, danach entscheidet, welcher der beiden Boxplots mehr Boxfläche oberhalb dieses kritischen Werts zeigt. In seinen Blickbewegungen zeigt sich zudem ein deutlicher Fokus auf den dritten Quartilen, welche die rechte Begrenzung der Box darstellen.

Interpretation durch die Lehrkraft / Forschende: Eine plausible Erklärung für Pauls Lösungsansatz und seine Blickbewegungen ist, dass er fehlerhaft davon ausgeht, dass eine größere Boxfläche im Boxplot auch einem größeren Anteil an der repräsentierten Stichprobe entspricht. Zu dieser Annahme passt nicht nur Pauls Kommentar, sondern auch seine Blickbewegungen, da hier der Fokus auf den dritten Quartilen liegt, die anzeigen, wie viel Fläche der Box sich jeweils oberhalb des kritischen Werts befindet.

Zugrundeliegende konzeptuelle Schwierigkeit: Wenn Lernende zum ersten Mal mit Boxplots in Berührung kommen, haben sie in der Regel bereits längere Zeit mit Darstellungsformen wie Kreis- oder Balkendiagrammen gearbeitet. In diesen Darstellungsformen ist Pauls Annahme, dass ein proportionaler Zusammenhang zwischen Fläche und repräsentiertem Stichprobenanteil besteht, korrekt. Bei Boxplots ist das dagegen nicht der Fall, da die Box immer die mittlere Hälfte der Daten repräsentiert und die Boxfläche bzw. Boxbreite somit ein Maß für die Variabilität des Datensatzes darstellt und anzeigt, wie stark die mittlere Datenhälfte streut (Interquartilsabstand). Wenn Lernende bei der Interpretation von Boxplots ihr Vorwissen zu anderen statistischen Repräsentationen unzulässig übertragen, tritt der systematische Fehler auf, den Sie gerade bei Ihrem Schüler Paul beobachten konnten.



Practice

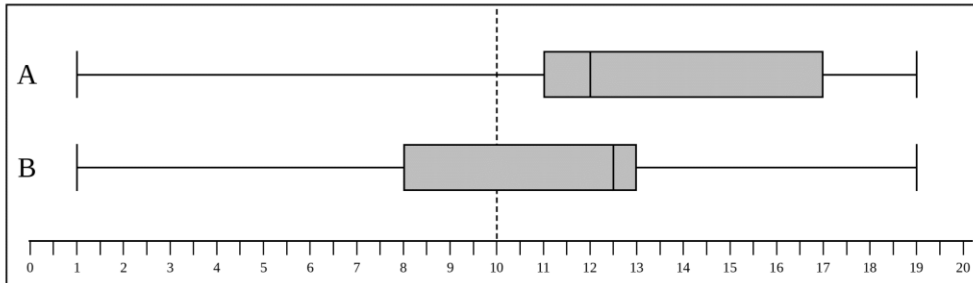


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

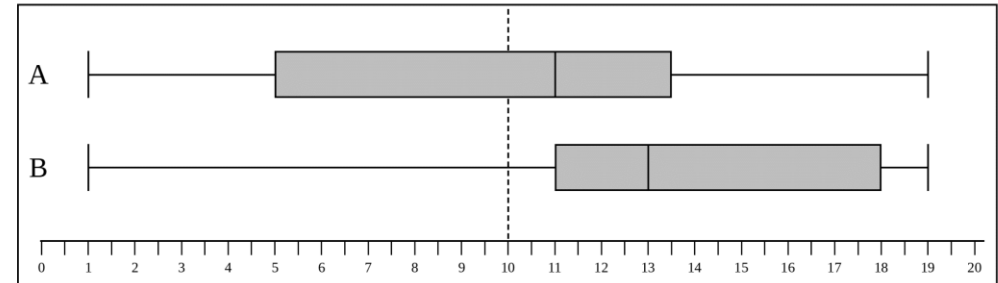
Angenommen, Sie vermuten, dass eine:r Ihrer Schüler:innen konzeptionelle Schwierigkeiten bei der Interpretation der Boxfläche hat. Welche der folgenden Aufgaben würden Sie auswählen, um zu diagnostizieren, ob diese konzeptionelle Schwierigkeit vorliegt?

A



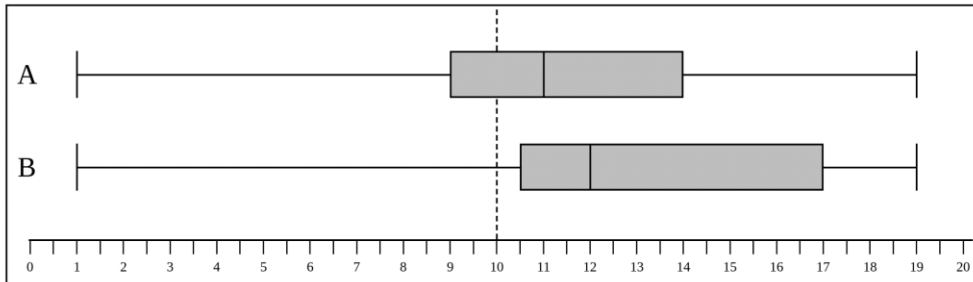
Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.

B



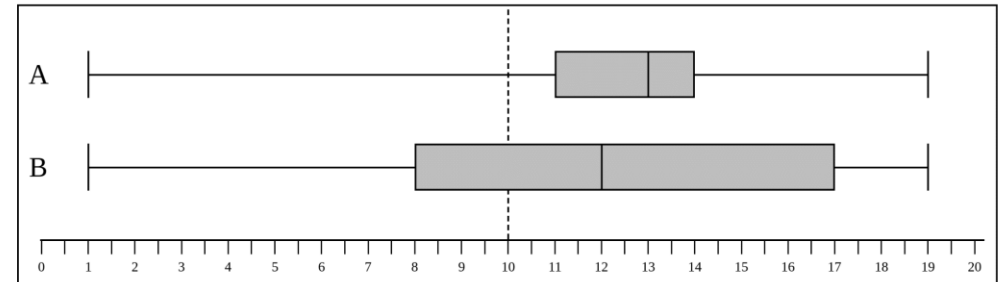
Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.

C



Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.

D



Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D



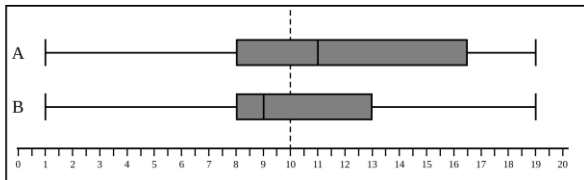
Practice II



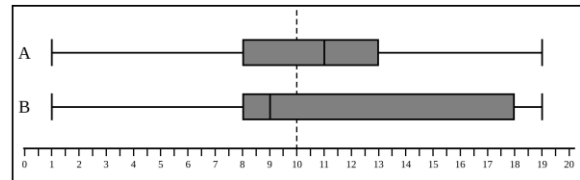
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

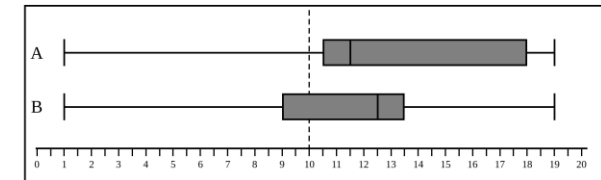
Ihr Schüler Tom hat die folgenden sechs Aufgaben bearbeitet – teils richtig, teils falsch.



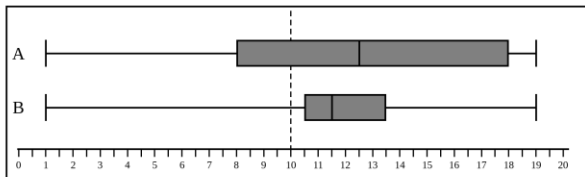
✓ Tom hat richtig
geantwortet (A)



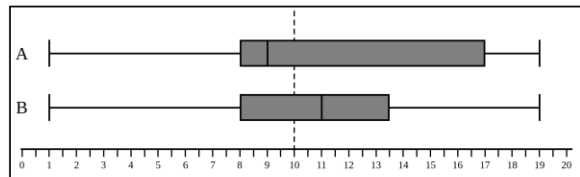
✗ Tom hat falsch
geantwortet (B)



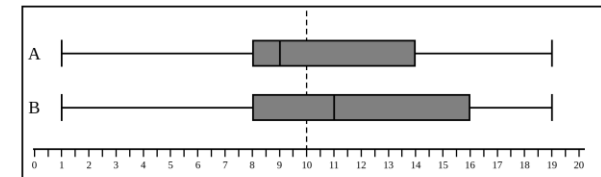
✓ Tom hat richtig
geantwortet (A)



✓ Tom hat richtig
geantwortet (B)

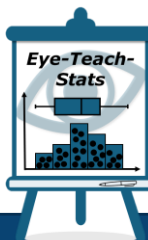
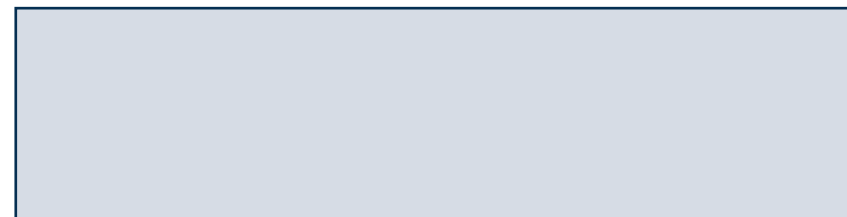


✗ Tom hat falsch
geantwortet (A)



✓ Tom hat richtig
geantwortet (B)

Was sagen Toms Antworten über sein Verständnis der Bedeutung der Box (Boxfläche) in Boxplots aus – einschließlich möglicher konzeptioneller Schwierigkeiten, die noch bestehen könnten?





Eye-Teach-Stats Eye-Tracking Vignettes © 2026



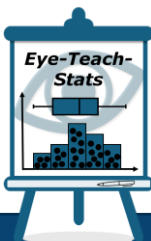
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

16 Boxplot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einem Median-Bias



Introducing situation



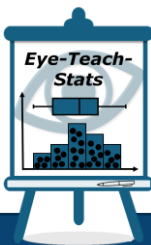
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten in einer 8. Klasse das Thema Dateninterpretation und führen in den Vergleich von Datenverteilungen mit Hilfe von Boxplots ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Katharina Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Katharina arbeitet.



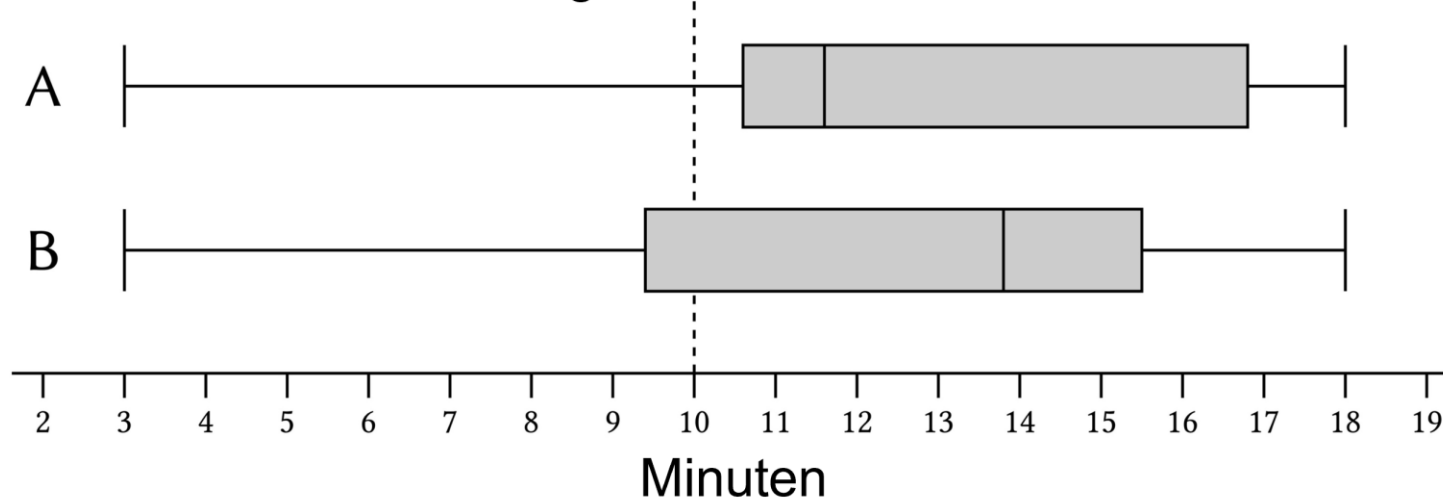
Students task



Co-funded by
the European Union

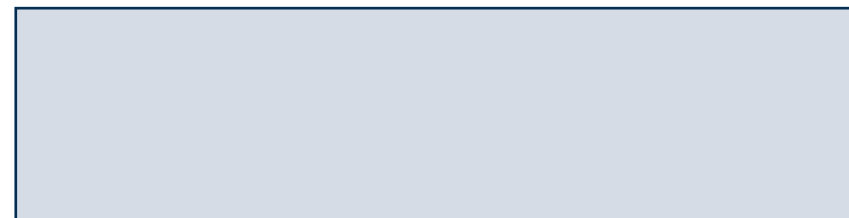
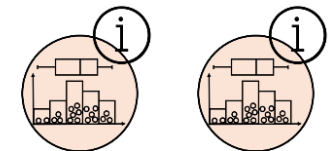
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Zwei Schulen A und B werden von der gleichen Anzahl von Schüler:innen besucht. Alle Schüler:innen haben in einer Umfrage angegeben, wie viele Minuten sie morgens für den Schulweg benötigen. Die Ergebnisse werden in zwei Boxplots dargestellt. Eine Schule (A oder B) wird von mehr Schüler:innen besucht, die mehr als 10 Minuten zu Fuß zur Schule gehen. Entscheide, welche.



Dies ist die Aufgabe, an der Katharina arbeitet.

Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

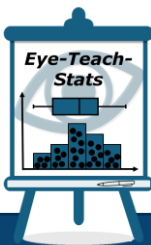


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Katharinas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



First look

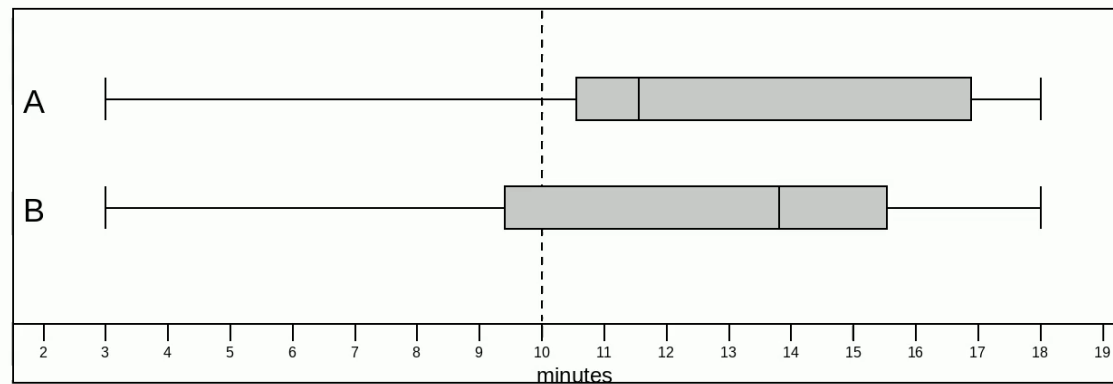


Co-funded by
the European Union

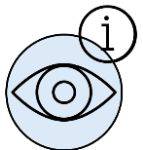
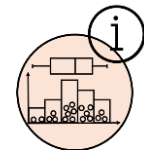
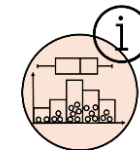
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Katharinas Antwort: „Für mich ist Schule B eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot B kann man leicht erkennen, dass viel mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten benötigen.“

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.
Decide which one.



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihrer Schülerin Katharina zeigt und auf ihre Antwort.



Take perspective

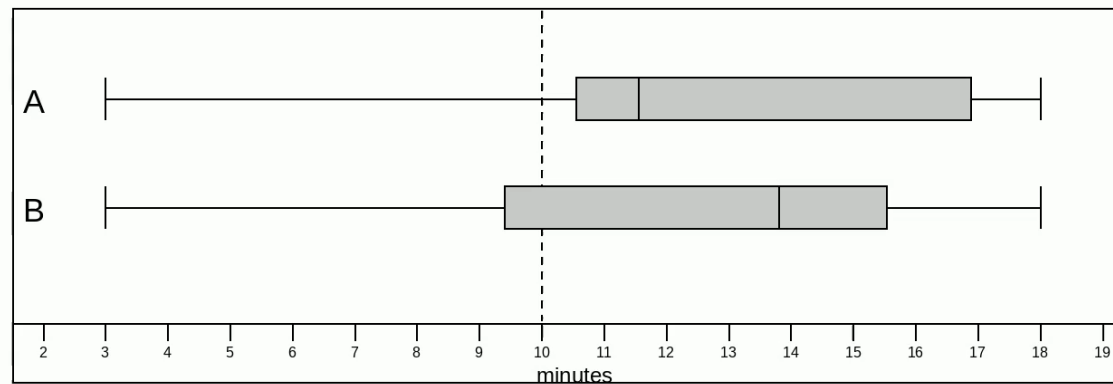


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

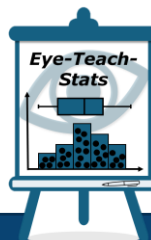
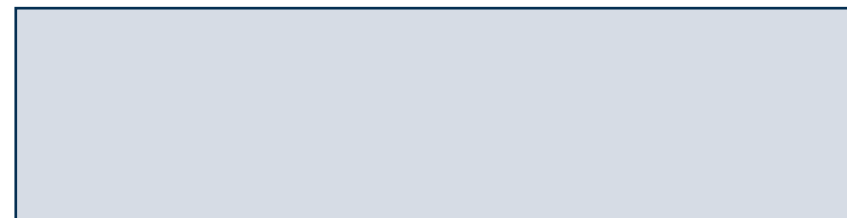
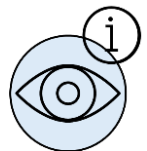
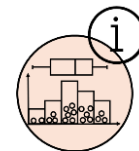
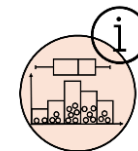
Katharinas Antwort: „Für mich ist Schule B eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot B kann man leicht erkennen, dass viel mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten benötigen.“

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.
Decide which one.



Nach der Aufgabe wurde Katharina ihr eigenes Gaze Video gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Katharinas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



Indicate assumption



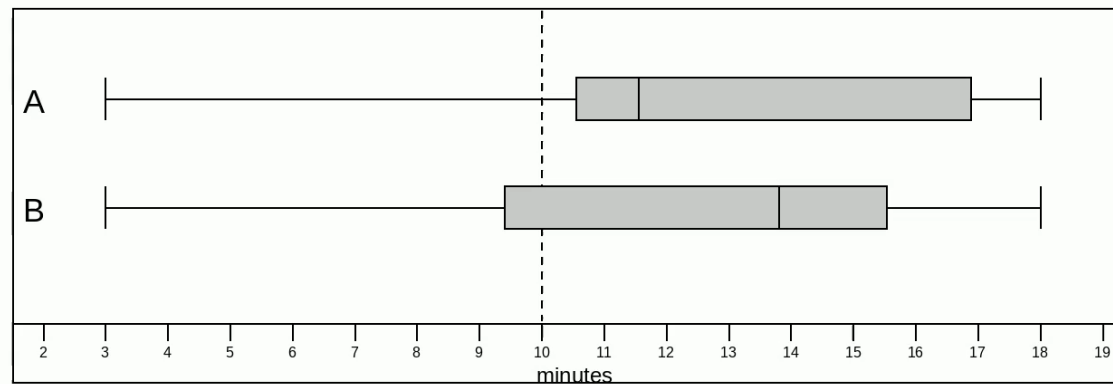
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Katharinas Kommentar: „Die Linie in der Mitte der Box ist der Median, also ein Durchschnittswert. Ich habe also hauptsächlich die beiden Mediane verglichen. Man kann deutlich sehen, dass die Kinder von Schule B im Durchschnitt viel länger zur Schule brauchen als die von Schule A. Also habe ich B gewählt.“

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

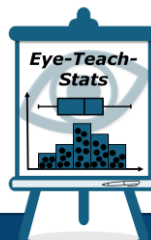
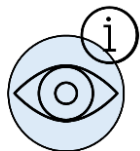
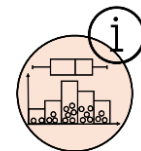
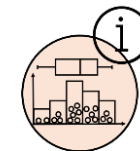
Decide which one.



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Katharina lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Katharinas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



Evaluate solution



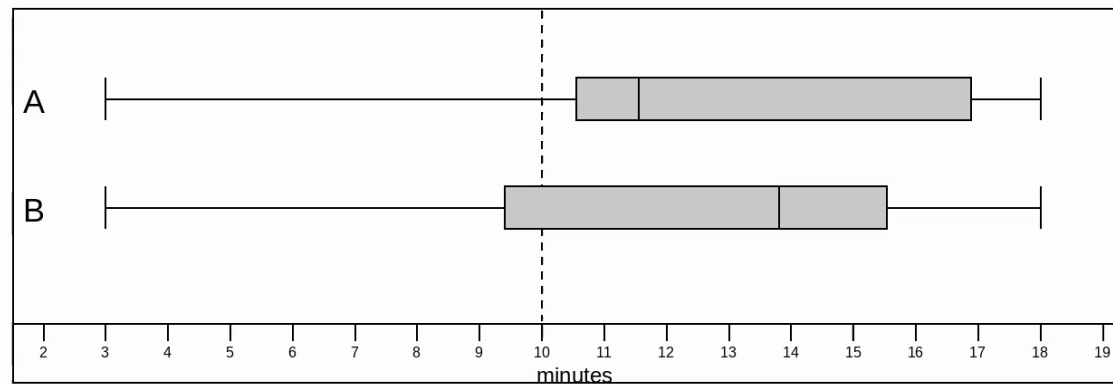
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

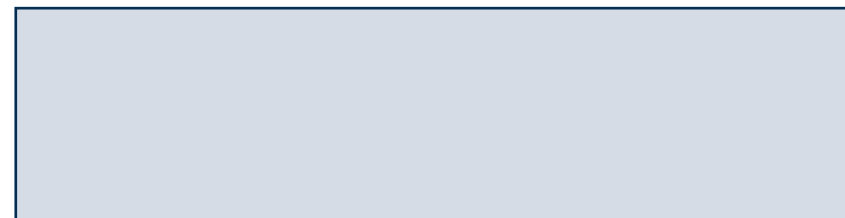
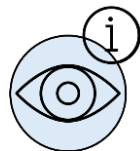
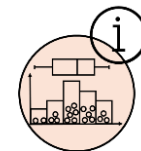
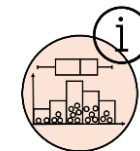
Katharinas Kommentar: „Die Linie in der Mitte der Box ist der Median, also ein Durchschnittswert. Ich habe also hauptsächlich die beiden Mediane verglichen. Man kann deutlich sehen, dass die Kinder von Schule B im Durchschnitt viel länger zur Schule brauchen als die von Schule A. Also habe ich B gewählt.“

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

Decide which one.



Bewerten Sie Katharinas Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

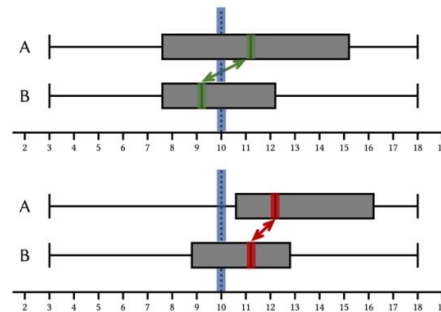
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

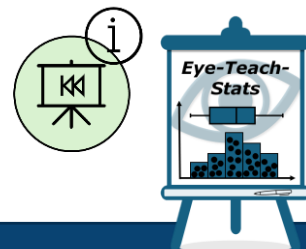
Katharina hat eine grundlegende konzeptuelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Boxplots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, dem sogenannten Median-Bias.

Beobachtbares Verhalten: Katharina beschreibt in ihrem Kommentar, dass sie die Frage, welcher von zwei Boxplots mehr Datenpunkte oberhalb eines kritischen Werts repräsentiert, danach entscheidet, welcher der beiden Boxplots den höheren Median hat. In ihren Blickbewegungen zeigt sich zudem ein deutlicher Fokus auf den beiden Medianen.

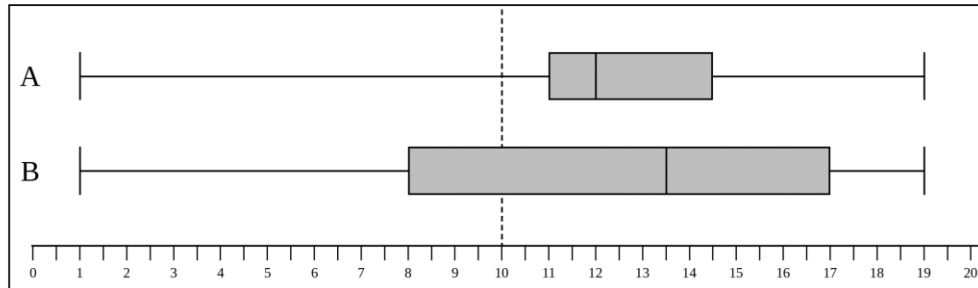
Interpretation durch die Lehrkraft / Forschende: Eine plausible Erklärung für Katharinas Lösungsansatz und ihre Blickbewegungen ist, dass sie den Median nicht vorrangig als Grenzpunkt interpretiert, der anzeigt, wo die Grenze zwischen der oberen und der unteren Datenhälfte verläuft, sondern mit Hilfe des Medians entscheidet, welche der beiden statistischen Verteilungen tendenziell die höheren Werte hat, und diese zentrale Tendenz für ihre Entscheidung nutzt. Dazu passen auch ihre Blickbewegungen, die anzeigen, dass sie die beiden Mediane direkt miteinander vergleicht und nicht ihre Lage relativ zu dem kritischen Wert.



Zugrundeliegende konzeptuelle Schwierigkeit: Wenn Lernende zum ersten Mal mit Boxplots in Berührung kommen, sind sie oft bereits mit verschiedenen Mittelwerten wie beispielsweise dem Median vertraut. Insbesondere sind Mittelwerte nicht nur aus schulischen Zusammenhängen bekannt, sondern treten auch in unterschiedlichen außerschulischen Kontexten auf. Wenn Lernende den (bekannten) Median in der Boxplotrepräsentation identifizieren, ist es plausibel davon auszugehen, dass sie diesen vertrauten Kennwert gerade dann zur Entscheidungsfindung nutzen, wenn sie das boxplotspezifische Wissen, das zur korrekten Lösung notwendig wäre, (noch) nicht erworben haben. Diese Übergeneralisierung des Medians führt dann zu dem systematischen Fehler, den Sie bei Ihrer Schülerin Katharina beobachten konnten.



Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.



Drei Schüler:innen haben bei der Lösung der Aufgabe unterschiedliche Argumentationen gewählt:

Tom: „Die Quartile teilen die Datenpunkte in ungefähr vier gleiche Teile auf. Anhand der Position der Quartile kann man daher erkennen, in welchem Bereich des Datensatzes welcher Prozentsatz der Datenpunkte liegt.“

Lionel: „Der Median gibt den typischen Wert einer Stichprobe an. Man kann damit also abschätzen, wie hoch die Werte einer Stichprobe sind, und man kann die Mediane vergleichen, um abzuschätzen, wo die Werte eher weiter rechts liegen.“

Kira: „Während die Spannweite die gesamte Stichprobe umfasst, steht die Box für die mittlere Hälfte der Daten. Anhand der Position der Box kann man erkennen, wie weit rechts oder links die mittlere Hälfte der Daten liegt.“

Welches dieser Argumente führt am ehesten zu einer falschen Antwort?

☐ Toms

☐ Lionels

☐ Kiras



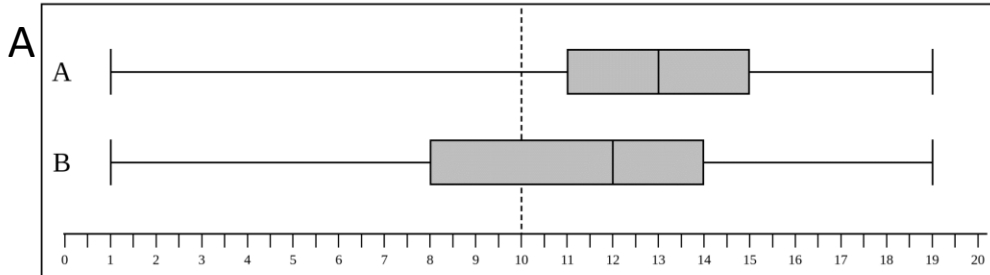
Practice II



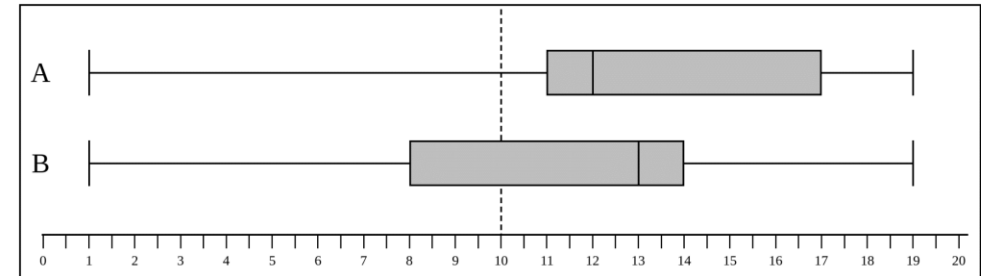
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

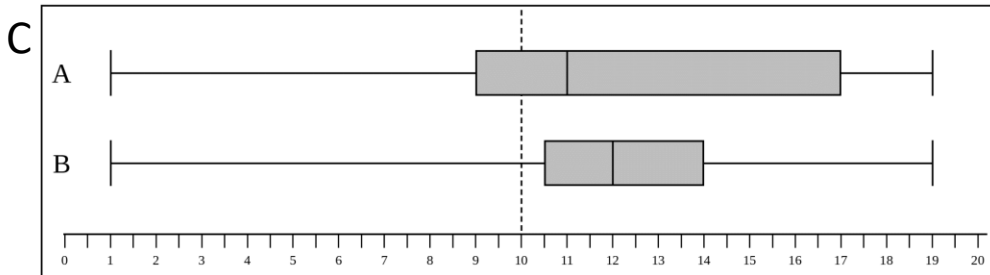
Angenommen, Sie vermuten, dass eine:r Ihrer Schüler:innen konzeptionelle Schwierigkeiten bei der Interpretation des Medians hat. Welche der folgenden Aufgaben würden Sie auswählen, um zu diagnostizieren, ob diese konzeptionelle Schwierigkeit vorliegt?



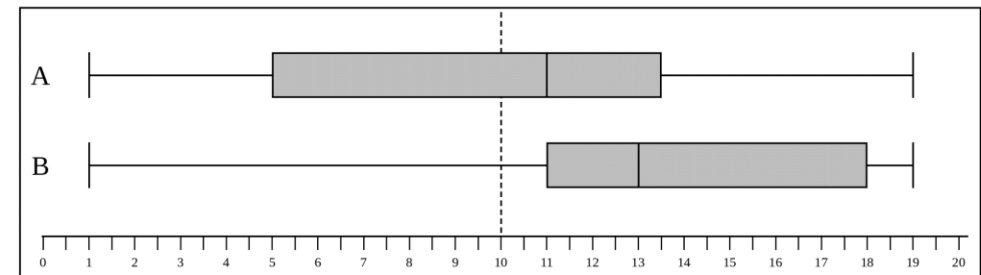
Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.



Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.



Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.



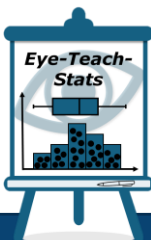
Entscheide, in welchem Boxplot ein höherer Anteil der Stichprobe über 10 liegt.

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

17 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf der Verwechslung von Häufigkeit und Wert

Introducing situation



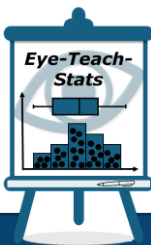
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse in Dateninterpretation und geben Ihren Schüler:innen die Aufgabe, den ungefähren Mittelwert der in einem Histogramm dargestellten Gewichte zu ermitteln.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Fabian Schwierigkeiten mit einer von Ihnen gestellten Aufgabe hat. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Fabian arbeitet.



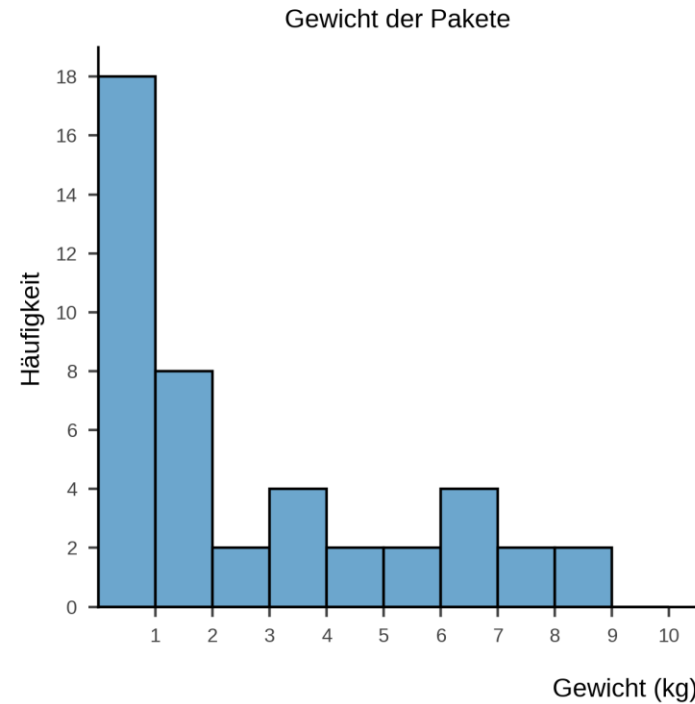
Students task



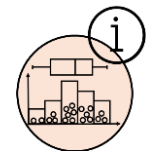
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht der Pakete, die Anton ausliefert?



Dies ist die Aufgabe, an der Fabian arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

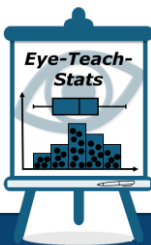


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein Gaze Video mit Fabians Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



First look

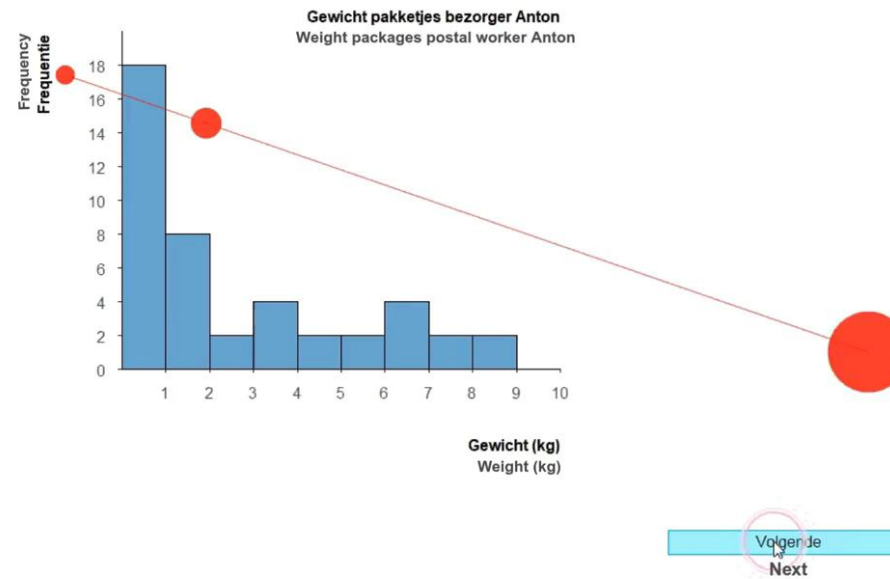


Co-funded by
the European Union

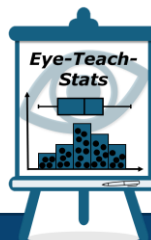
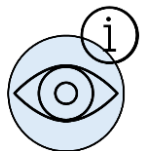
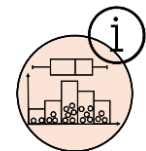
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Fabians Antwort: „Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sechs.“

What is approximately the mean weight of the packages Anton delivers?
Wat is ongeveer het gemiddelde gewicht van de pakketjes die Anton bezorgt?



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihres Schülers Fabian zeigt und auf seine Antwort.



Take perspective

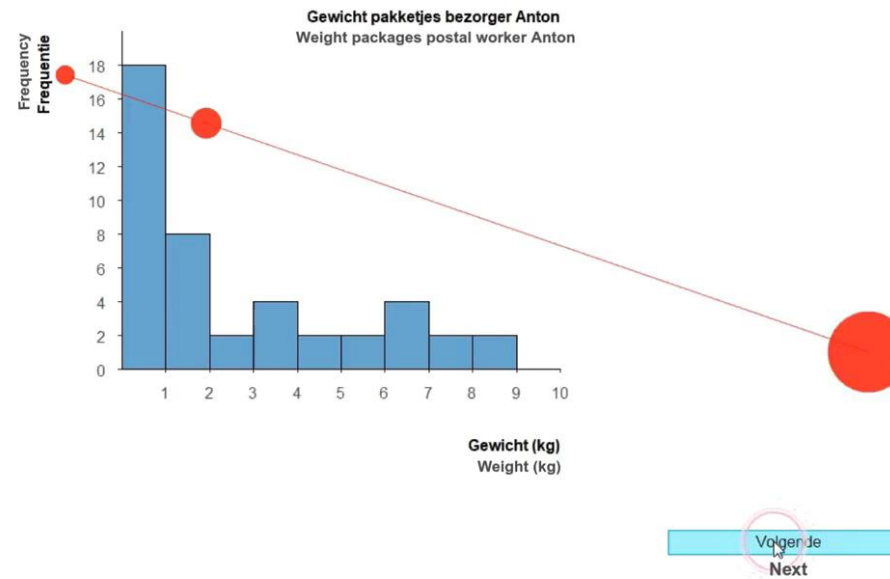


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

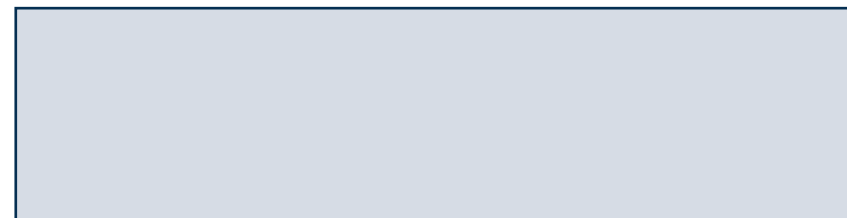
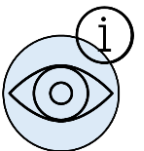
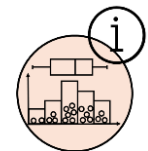
Fabians Antwort: „Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sechs.“

What is approximately the mean weight of the packages Anton delivers?
Wat is ongeveer het gemiddelde gewicht van de pakketjes die Anton bezorgt?



Nach der Aufgabe wurde Fabian sein eigenes Gaze Video gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Fabians Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



Indicate assumption

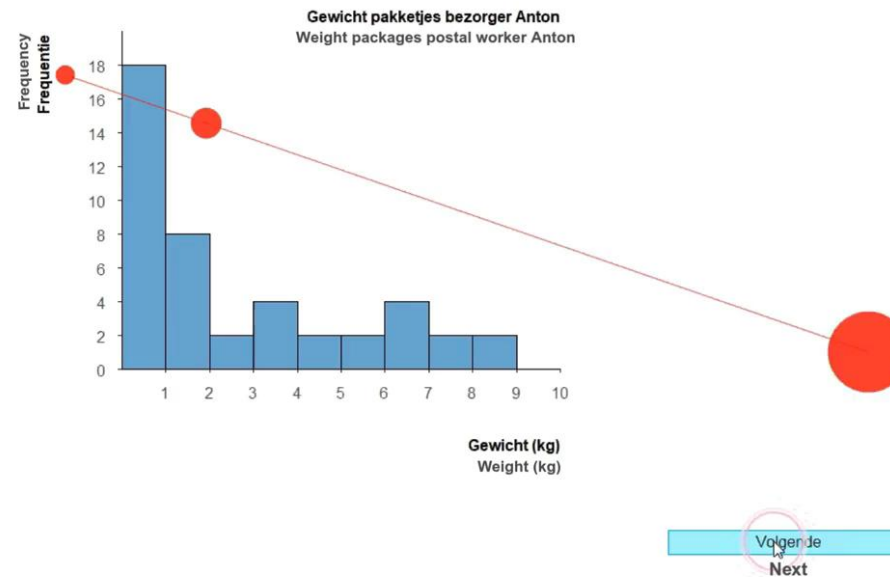


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Fabians Kommentar: „Ich habe mir die Werte auf der Achse angeschaut – ich habe vor allem niedrige und einen hohen gesehen, also habe ich geschätzt, dass er irgendwo bei sechs liegt.“

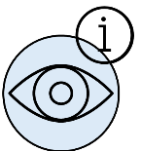
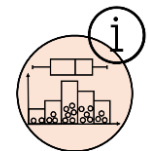
What is approximately the mean weight of the packages Anton delivers?
Wat is ongeveer het gemiddelde gewicht van de pakketjes die Anton bezorgt?



Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Fabian lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Fabians Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



Evaluate solution

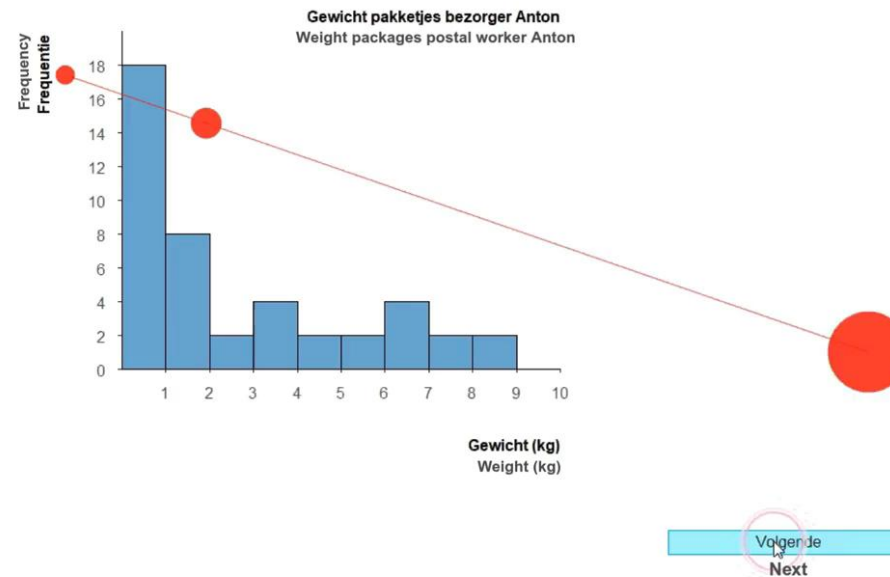


Co-funded by
the European Union

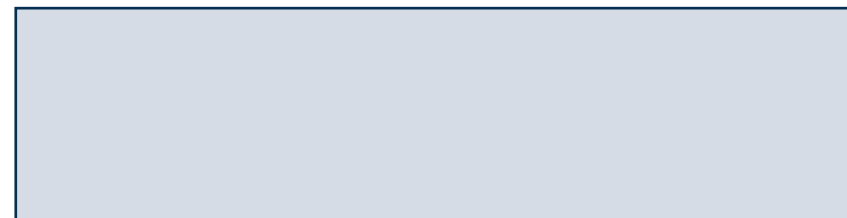
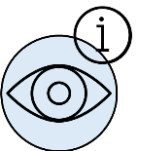
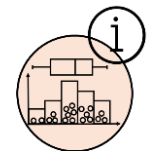
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Fabians Kommentar: „Ich habe mir die Werte auf der Achse angeschaut – ich habe vor allem niedrige und einen hohen gesehen, also habe ich geschätzt, dass er irgendwo bei sechs liegt.“

What is approximately the mean weight of the packages Anton delivers?
Wat is ongeveer het gemiddelde gewicht van de pakketjes die Anton bezorgt?



Bewerten Sie Fabians Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

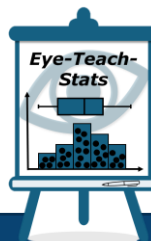
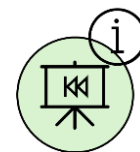
Den Fehler verstehen:

Fabian hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit mit der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „**frequency-value confusion**“ bezeichnet wird.

Beobachtbares Verhalten: Fabian sagte, er habe sich die Werte auf der [vertikalen] Achse angesehen, dabei vor allem niedrige und einen hohen Wert bemerkt und den Mittelwert auf etwa sechs geschätzt. Das Gaze Video bestätigt dies, da sein Blick entlang der vertikalen Achse wanderte und auf den Häufigkeitswerten verweilte. Dies deutet auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir bei der Interpretation von Histogrammen als „frequency-value confusion“ bezeichnen.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Es scheint, dass Fabian eine Strategie auf das Histogramm angewandt hat, die typischerweise für Case-Value Plots verwendet wird. Aus Fabians Erklärung und seinen Blicken geht hervor, dass er die Häufigkeitswerte auf der vertikalen Achse so gelesen hat, als wären sie die Messwerte selbst, und daraus den Mittelwert geschätzt hat. In einem Histogramm geben die Höhen der Säulen jedoch die Häufigkeiten an, nicht die Messwerte. Fabians Vorgehensweise lässt auf seine Verwirrung darüber schließen, was die Daten sind und was die Achsen darstellen. In einem Histogramm zeigt die horizontale Achse die Messwerte (in diesem Fall das Gewicht in kg), während die vertikale Achse die Häufigkeit der Messungen innerhalb eines bestimmten Intervalls (der Breite der Säulen) darstellt. Der Fehler entsteht, wenn Schüler:innen die Höhe der Säulen (Häufigkeit) als Messwert interpretieren und nicht als Darstellung der Anzahl der Messwerte innerhalb eines bestimmten Bereichs. Obwohl dies für Histogramme falsch ist, ist diese Strategie für die Ermittlung des arithmetischen Mittels in einem Case-Value Plot korrekt.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Fabians systematischer Fehler ist wahrscheinlich auf eine zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit mit dem Begriff „Daten“ (wo, wie und welche Daten dargestellt werden) zurückzuführen, da er in einem Histogramm nicht zwischen Häufigkeiten und Messwerten unterscheidet. Solche konzeptionellen Schwierigkeiten treten häufig auf, wenn Schüler:innen nicht verstehen, dass die vertikale Achse in einem Histogramm angibt, wie viele Fälle in jede Klasse fallen, und nicht den Messwert selbst.

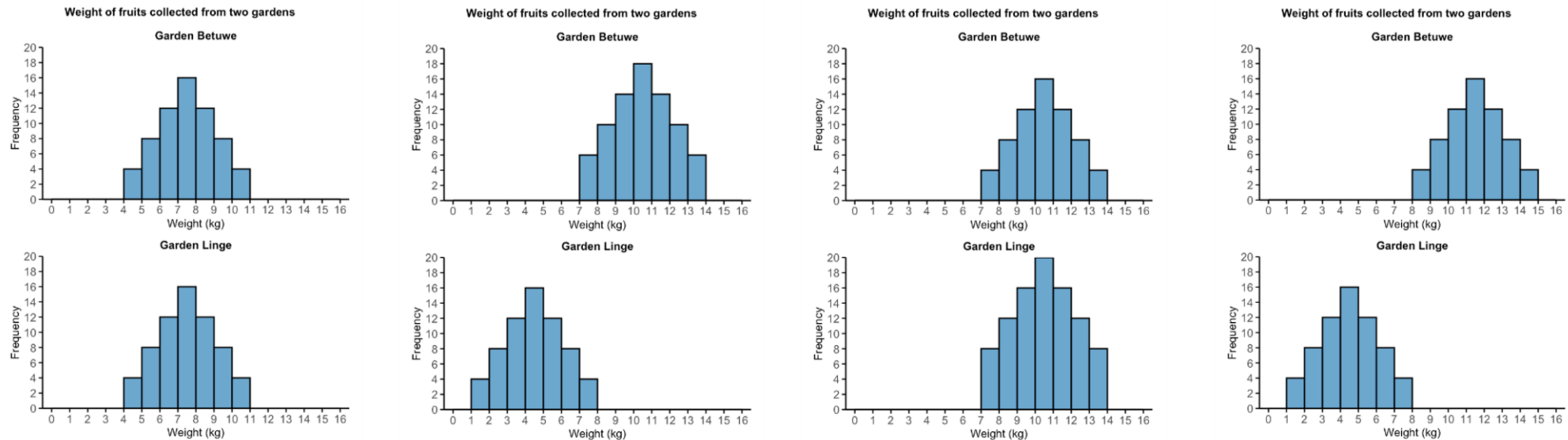


Practice



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Eine Gruppe von Schüler:innen nahm an einem naturwissenschaftlichen Projekt teil, bei dem sie das Gewicht (in Kilogramm) von Früchten aus verschiedenen Gärten gemessen und aufgezeichnet haben. Jede der vier Schüler:innengruppen sammelte Fruchtproben aus zwei verschiedenen Gärten und erstellte ein Paar von Histogrammen, um die Gewichtsverteilungen darzustellen.

Später wurde ein Schüler namens Jamie gebeten, diese vier Histogrammpaare zu untersuchen und die Durchschnittsgewichte zwischen den beiden Gärten in jedem Paar zu vergleichen. Jamie hat grundlegende konzeptionelle Schwierigkeiten bei der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „frequency-value confusion“ Fehler bezeichnet wird, bei dem Jamie dazu neigt, die Säulenhöhe als Datenwert statt als Häufigkeit zu interpretieren.

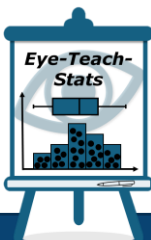
In welchen der Histogrammpaare führt Jamies Argumentationsstrategie wahrscheinlich zu einer falschen Schlussfolgerung bezüglich des Mittelwerts? Wählen Sie alle zutreffenden Antworten aus.

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

18 Case-Value Plot

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer
Übergeneralisierung eines Histogramm-Ansatzes

Introducing situation



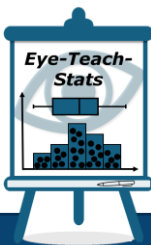
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse in Dateninterpretation und geben Ihren Schüler:innen die Aufgabe, den ungefähren Mittelwert der in einem Case-Value Plot dargestellten Gewichte zu ermitteln.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Ella Schwierigkeiten mit einer von Ihnen gestellten Aufgabe hat. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Ella arbeitet.

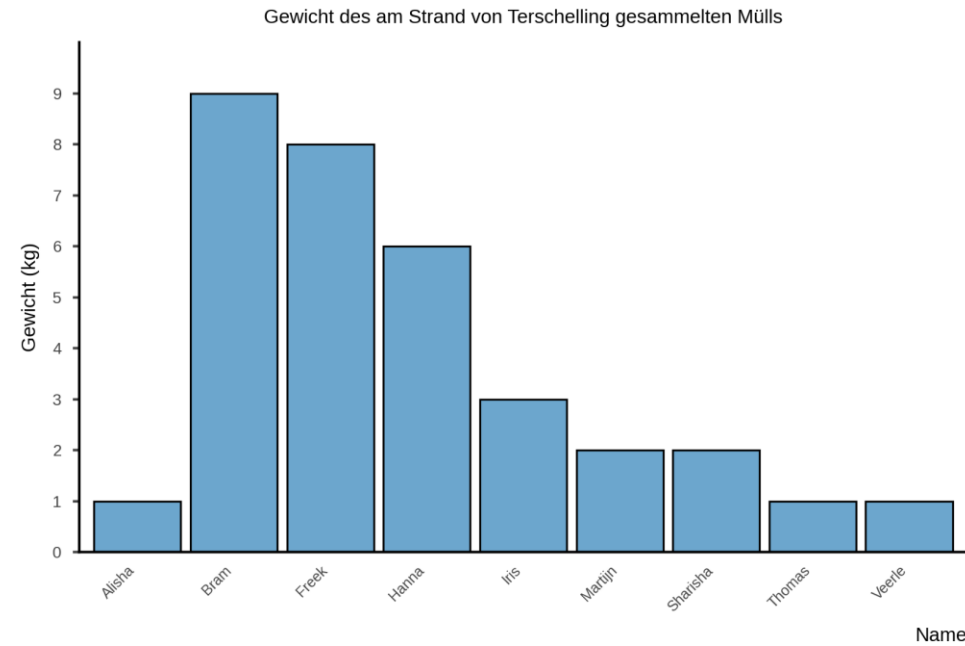


Students task



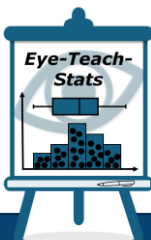
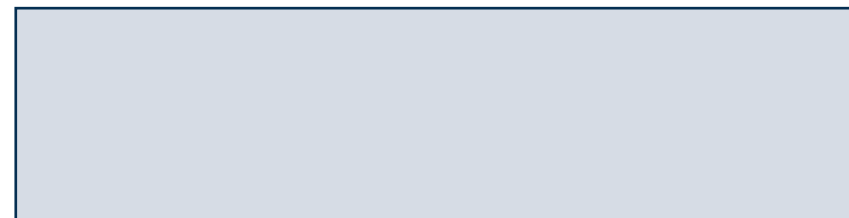
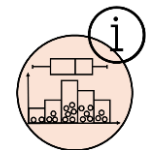
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht des Mülls, den eine Person gesammelt hat?

Dies ist die Aufgabe, an der Ella arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**



Introducing eye-tracking

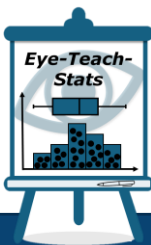


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten einen Gaze Plot mit Ellas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieser Gaze Plot zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



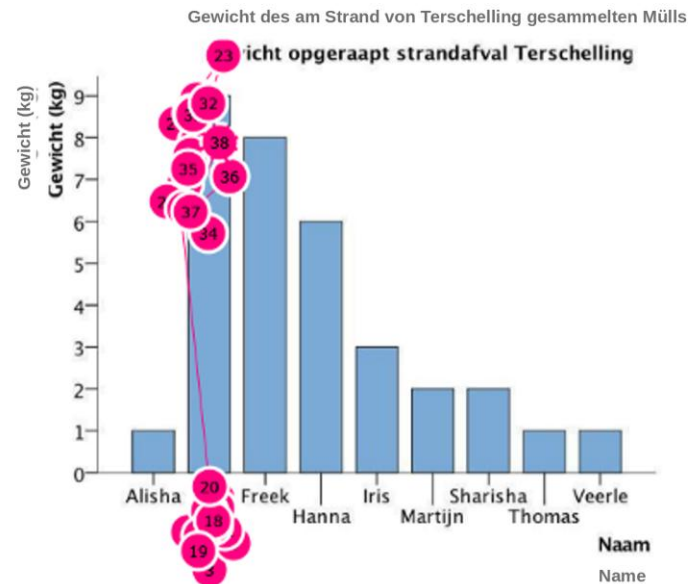
First look



Co-funded by
the European Union

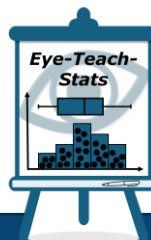
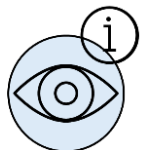
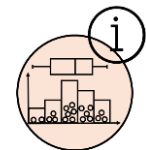
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Ellas Antwort: „Das durchschnittliche Gewicht liegt bei neun.“



Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht des Mülls, den eine Person gesammelt hat?

Werfen Sie einen Blick auf den Gaze Plot, der die Blickdaten Ihrer Schülerin Ella zeigt und auf ihre Antwort.



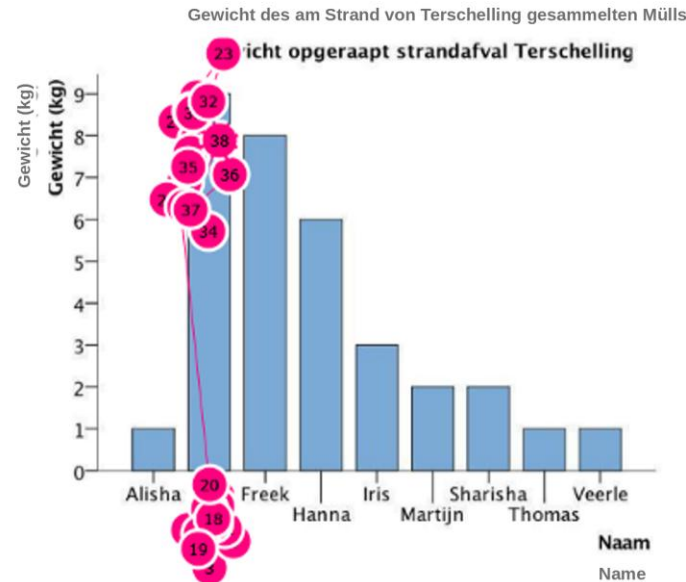
Take perspective



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

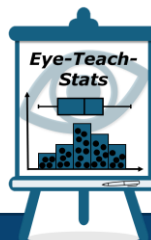
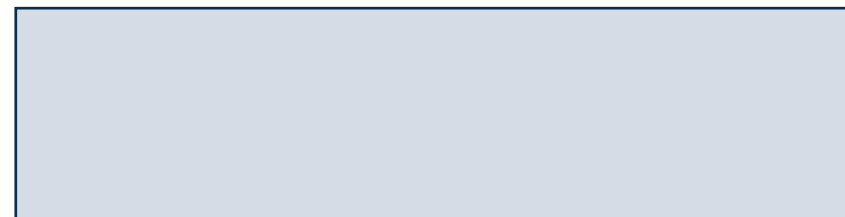
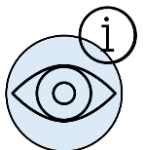
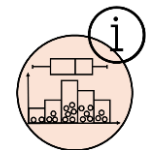
Ellas Antwort: „Das durchschnittliche Gewicht liegt bei neun.“



Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht des Mülls, den eine Person gesammelt hat?

Nach der Aufgabe wurde Ella ihr eigener Gaze Plot gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Ellas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was sie sagen könnte.



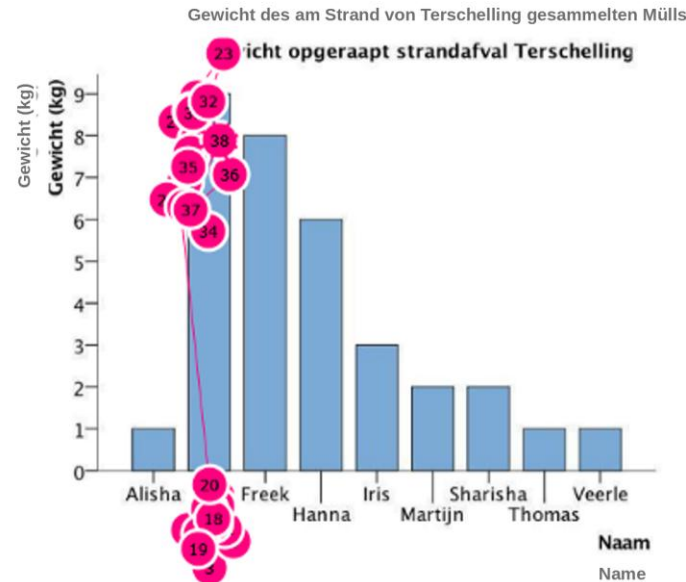
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Ellas Kommentar: „Ich habe geschaut, wo das Diagramm ungefähr im Gleichgewicht ist, und das schien ungefähr bei Bram zu sein, also habe ich 9 als Mittelwert genommen.“

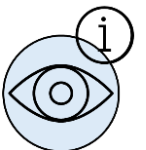
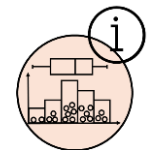


Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht des Mülls, den eine Person gesammelt hat?

Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Ella lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Ellas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung
- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



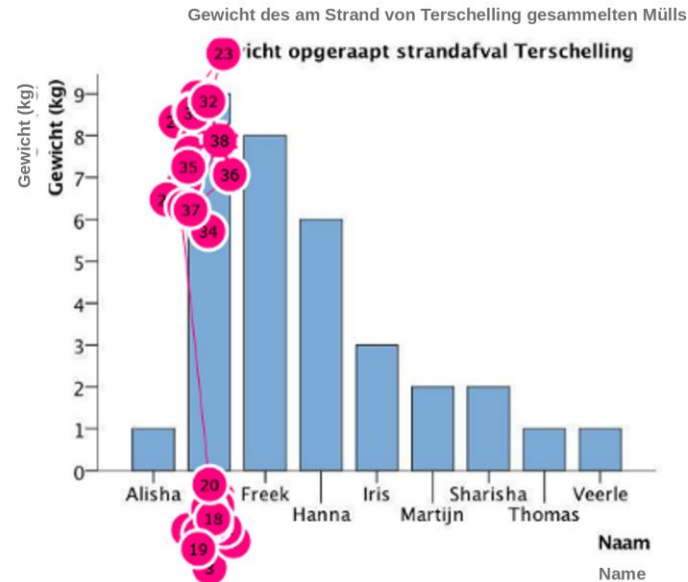
Evaluate solution



Co-funded by
the European Union

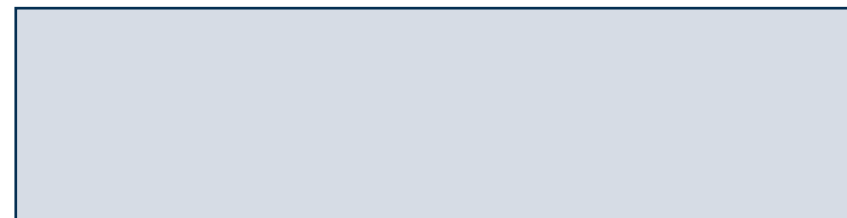
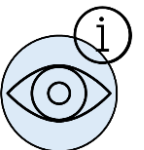
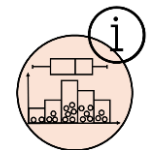
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Ellas Kommentar: „Ich habe geschaut, wo das Diagramm ungefähr im Gleichgewicht ist, und das schien ungefähr bei Bram zu sein, also habe ich 9 als Mittelwert genommen.“



Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht des Mülls, den eine Person gesammelt hat?

Bewerten Sie Ellas Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

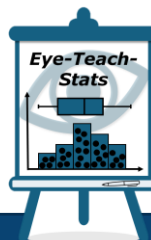
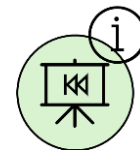
Den Fehler verstehen:

Ella hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Case-Value Plots. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als „**overgeneralisation of a histogram approach**“ bezeichnet wird.

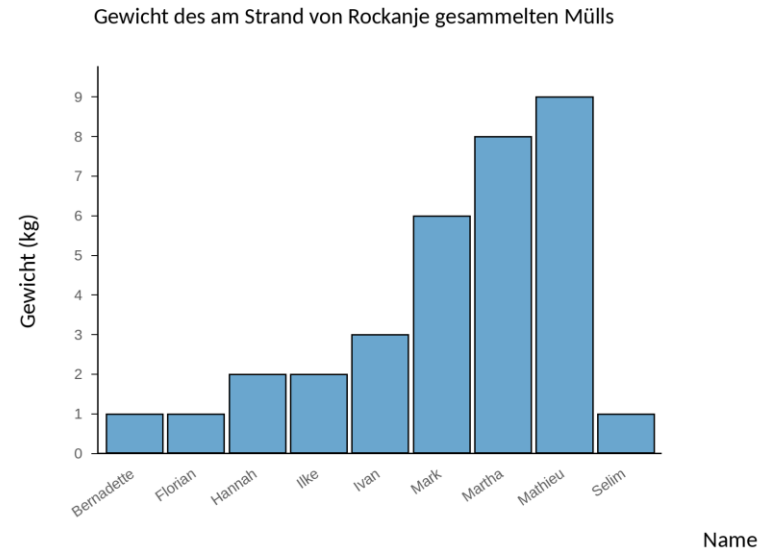
Beobachtbares Verhalten: Ella erklärte, dass sie nach dem Punkt gesucht habe, an dem das Diagramm im Gleichgewicht ist, und dass dieser ungefähr bei Bram zu liegen schien. Deshalb schätzte sie den Mittelwert auf 9 kg. Ihre Blickdaten zeigen, dass Ellas Fixationen zwischen einem Punkt auf der horizontalen Achse und den oberen Enden der Säulen auf und ab wanderten, wodurch ein vertikales Blickmuster um Brams Säule entstand. Zusammen deutet dieses beobachtbare Verhalten auf einen systematischen Fehler hin, den wir als „Verallgemeinerung eines Histogramm-Ansatzes“ bezeichnen, wenn sie Case-Value Plots interpretiert.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Es scheint, dass Ella eine für Histogramme typische Argumentation angewandt hat – die visuelle Suche nach dem Schwerpunkt entlang der horizontalen Achse – und Brams Position als diesen Punkt identifiziert hat. Eine solche Strategie ist für Histogramme angemessen, bei denen der Schwerpunkt auf der horizontalen Achse ungefähr dem Mittelwert der Verteilung entspricht. Hier wurde sie jedoch fälschlicherweise auf einen Case-Value Plot übertragen, in dem jede Säule einen einzelnen Messwert darstellt und der Mittelwert nicht durch das Auffinden eines Schwerpunkts auf der horizontalen Achse bestimmt wird.

Zugrundeliegende konzeptionelle Schwierigkeit: Ellas systematischer Fehler ist wahrscheinlich auf eine konzeptionelle Schwierigkeit im Zusammenhang mit dem Verhältnis zwischen dem Begriff der Verteilung und dem Begriff des Zentrums zurückzuführen, also auf das Verständnis, wie der Mittelwert in Case-Value Plots im Vergleich zu Histogrammen bestimmt wird. In einem Case-Value Plot ist die Höhe jeder Säule ein Messwert, und der Mittelwert wird geschätzt, indem man eine horizontale Linie sucht, bei der alle Säulen gleich hoch wären. In Histogrammen stellen die Säulenhöhen Häufigkeiten dar, und der Schwerpunkt des Diagramms entlang der horizontalen Achse entspricht in etwa dem Mittelwert.



Eine Gruppe von neun Personen hat an der Küste von Rockanje Strandmüll gesammelt. Das Gewicht (in kg), das jede Person gesammelt hat, ist im folgenden Case-Value Plot dargestellt. Vergleiche die gesammelten Mengen und bewerte anschließend: Wie viel Müll hat eine Person im Durchschnitt gesammelt?



Drei Schüler:innen haben bei der Lösung der Aufgabe unterschiedliche Überlegungen angestellt. Welche Antwort passt am ehesten zu der Annahme, dass diese Person eine Histogramm-Strategie unzulässig auf einen Case-Value Plot überträgt und dadurch zu einer falschen Antwort gelangt?

Robin: Ich habe das Gewicht, das alle neun Personen gesammelt haben, addiert und die Summe durch neun geteilt. So komme ich auf einen Mittelwert von etwa 3,7 kg.

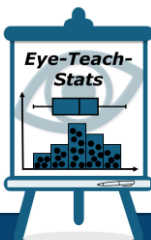
Sam: Ich habe mir vorgestellt, die Gewichte so umzuverteilen, dass alle neun Säulen gleich hoch sind. Diese Höhe lag etwas unter 4 kg, deshalb habe ich den Mittelwert auf etwa 4 kg geschätzt.

Alex: Ich habe gesucht, wo sich die Säulen von links nach rechts im Gleichgewicht befinden – so, wie man die Mitte einer Verteilung findet. Dieser Punkt lag ungefähr bei Mark, also habe ich Marks Wert, 6 kg, als Mittelwert genommen.

☐ Robins

☐ Sams

☐ Alex'



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

19 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer Verallgemeinerung der Summe der Häufigkeiten

Introducing situation



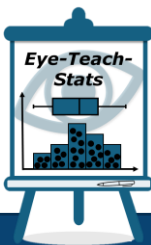
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse in Dateninterpretation und geben Ihren Schüler:innen die Aufgabe, den ungefähren Mittelwert der in einem Histogramm dargestellten Gewichte zu ermitteln.

Sie bemerken, dass Ihr Schüler Martijn Schwierigkeiten mit einer von Ihnen gestellten Aufgabe hat. Er gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgaben, an der Martijn arbeitet.



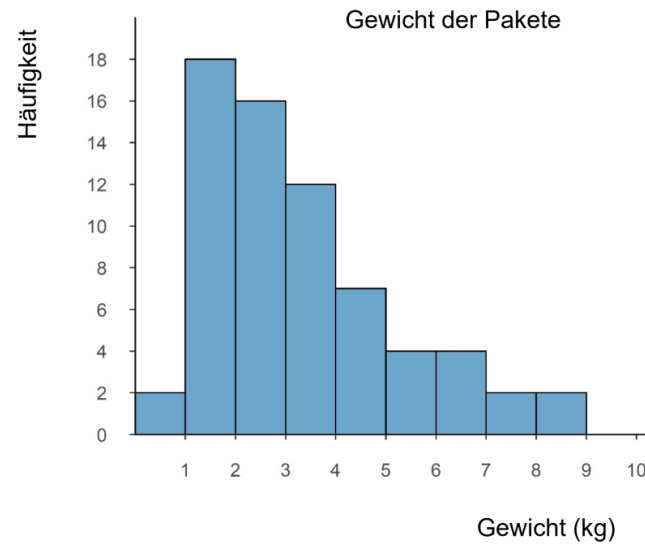
Students task



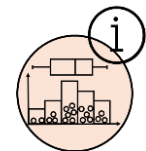
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht der Pakete, die René ausliefert?



Dies ist die Aufgabe, an der Martijn arbeitet. Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.



Introducing eye-tracking

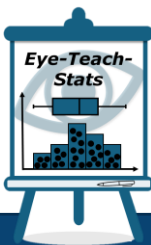


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten einen Gaze Plot mit Martijns Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während er an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieser Gaze Plot zeigt, wo sein visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



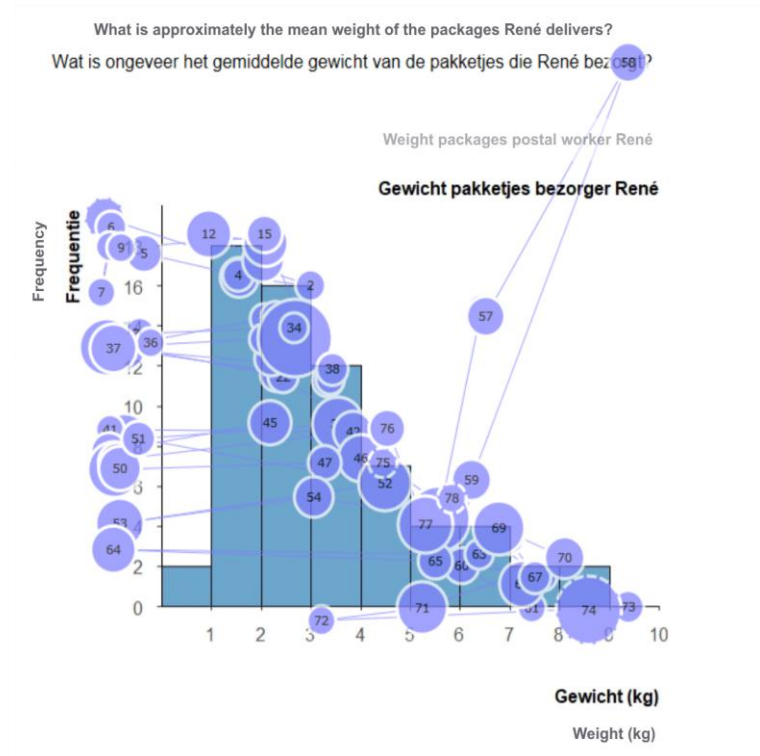
First look



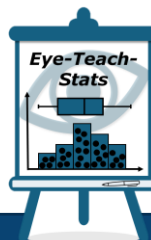
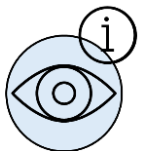
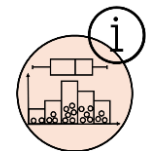
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Martijns Antwort: „Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sechs.“



Werfen Sie einen Blick auf den Gaze Plot, der die Blickdaten Ihres Schülers Martijn zeigt und auf seine Antwort.



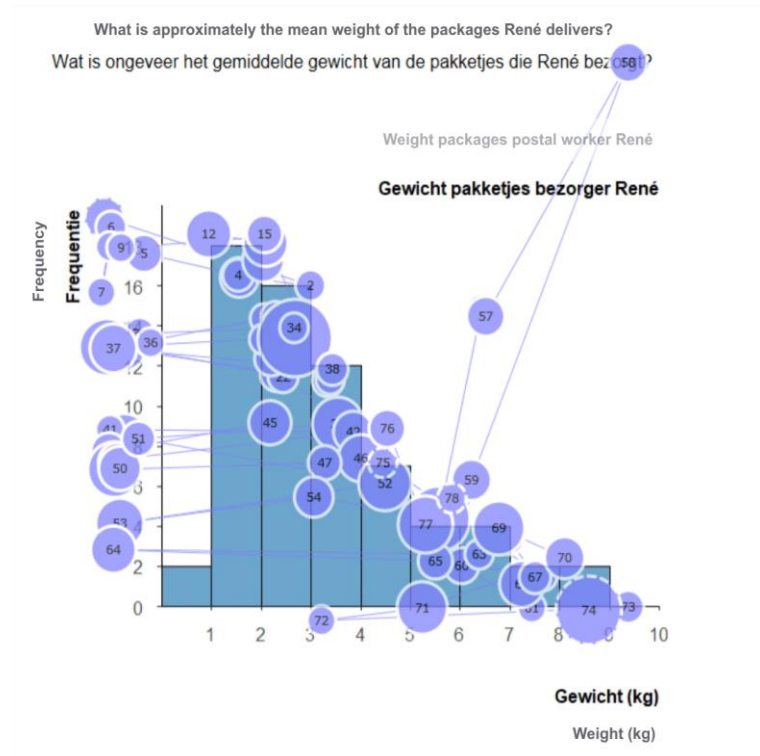
Take perspective



Co-funded by
the European Union

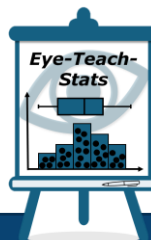
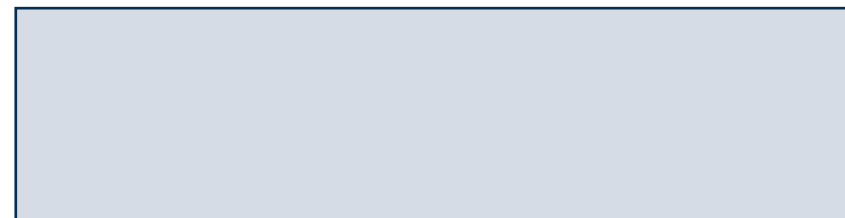
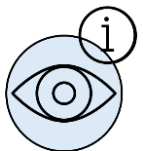
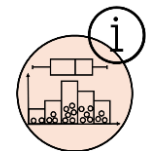
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Martijns Antwort: „Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sechs.“



Nach der Aufgabe wurde Martijn sein eigener Gaze Plot gezeigt. Er versucht rückblickend zu erklären, was er bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Martijns Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was er sagen könnte.



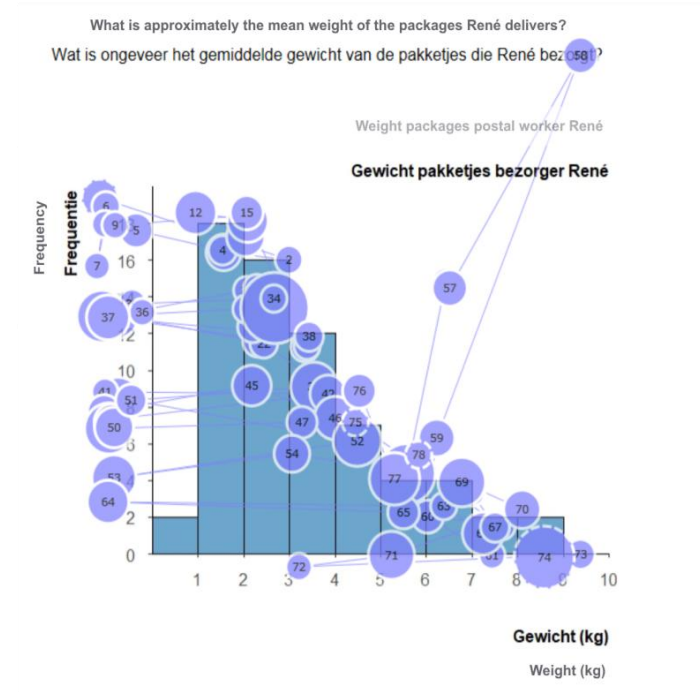
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Martijns Kommentar: „Ich habe abgelesen, wie viele es bei jeder Säule waren, und die zusammengezählt. Ich habe also mit zwei angefangen, dann achtzehn, dann sechzehn, und habe beim Anschauen der Säulen immer weiter addiert. Dann habe ich durch neun geteilt.“

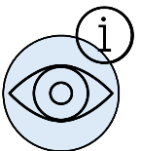
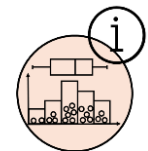


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Martijn lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Martijns Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



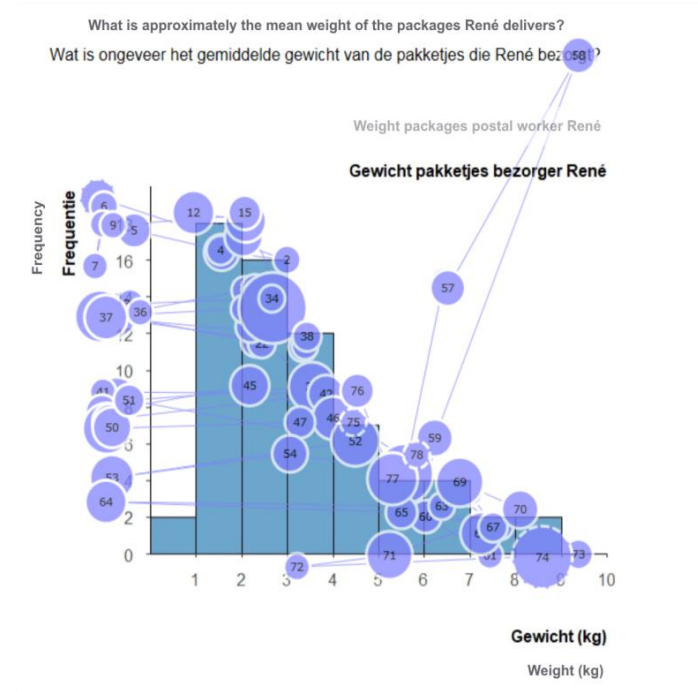
Evaluate solution



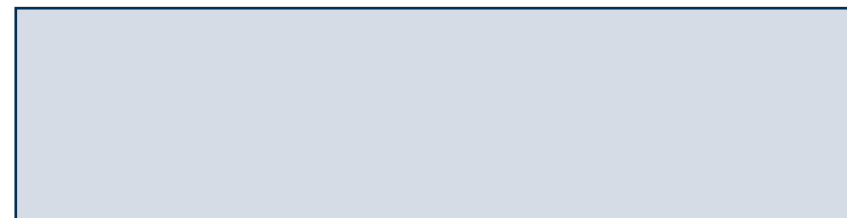
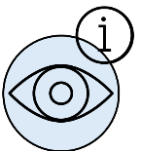
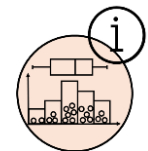
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Martijns Kommentar: „Ich habe abgelesen, wie viele es bei jeder Säule waren, und die zusammengezählt. Ich habe also mit zwei angefangen, dann achtzehn, dann sechzehn, und habe beim Anschauen der Säulen immer weiter addiert. Dann habe ich durch neun geteilt.“



Bewerten Sie Martijns Lösung. Was können Sie über sein Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Den Fehler verstehen:

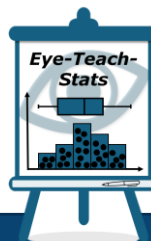
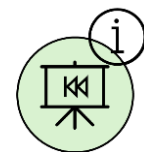
Martijn hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit mit der Interpretation von Histogrammen. Dies führt zu einem erkennbaren systematischen Fehler, der als „**sum for mean: sum of frequencies**“ bezeichnet wird.

Beobachtbares Verhalten: Martijns mündliche Erklärung zeigt ein klares prozedurales Vorgehen: Er las die Höhe jeder Säule ab und bildete eine laufende Summe – beginnend mit zwei, dann plus achtzehn, dann plus sechzehn und so weiter. Anschließend teilte er diese Summe durch neun. Sein Blick bestätigt dies: Die Fixationen bewegen sich systematisch entlang der y-Achse und verweilen länger bei bestimmten Säulenhöhen, was darauf hindeutet, dass er Häufigkeitswerte abliest und aufsummiert. Danach wandert der Blick zur x-Achse und bleibt bei der Zahl 9 hängen, die der Gesamtzahl der Säulen entspricht. Dieses Verhalten deutet insgesamt auf einen beobachtbaren systematischen Fehler hin, den wir als „sum for mean: sum of frequencies“ bezeichnen.

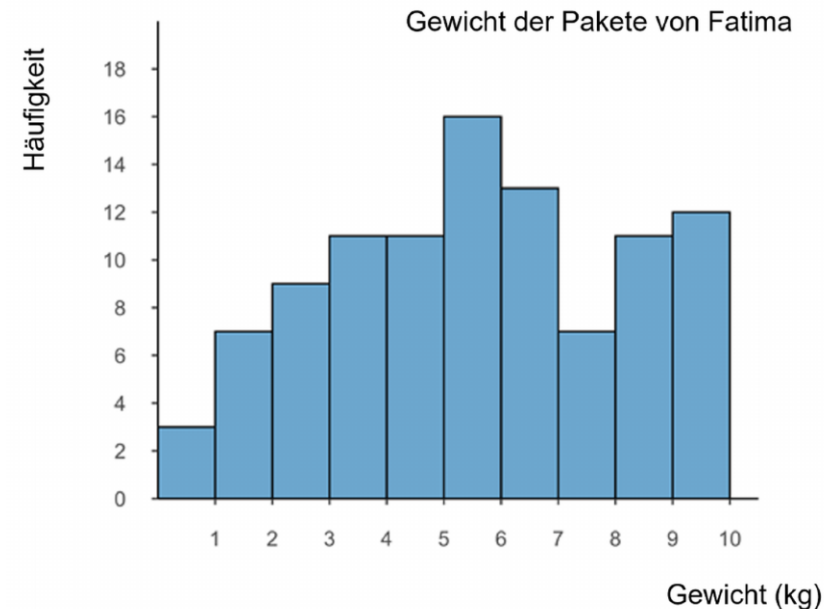
Interpretation durch Lehrende/Forschende: Martijns Vorgehen zeigt, dass er die Säulenhöhen – die Häufigkeiten darstellen – als die Werte verwendet hat, die bei der Berechnung des Mittelwerts addiert werden. Er hat die auf der vertikalen Achse abgelesenen Häufigkeiten addiert, durch die Anzahl der Säulen geteilt und kam so auf 6. Die längeren Fixationen auf der y-Achse und den Säulen spiegeln wahrscheinlich ein Aufsummieren im Kopf wider – er addiert die Häufigkeiten, während er jede Säule abliest. In einem Histogramm gibt die vertikale Achse an, wie viele Messungen in jede Klasse fallen, nicht die Messwerte selbst. Diese werden auf der horizontalen Achse dargestellt. Der Fehler tritt auf, wenn Schüler:innen die Häufigkeiten addieren und durch die Anzahl der Säulen teilen: Sie wenden ein Verfahren an, das der Berechnung eines arithmetischen Mittels ähnelt, allerdings mit den falschen Werten. Während das Addieren der Säulenhöhen und das Teilen durch die Anzahl der Säulen in einem Case-Value Plot ein gültiges Verfahren wäre – dort stellen die Säulenhöhen Messwerte dar –, ist es für ein Histogramm, in dem die Säulenhöhen Häufigkeiten darstellen, nicht geeignet.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Martijns systematischer Fehler ist wahrscheinlich auf eine zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit mit dem Begriff „Daten“ (wo, wie und welche Daten dargestellt werden) zurückzuführen, da er nicht zwischen der Rolle der vertikalen Achse in einem Histogramm und in einem Case-Value Plot unterscheidet. Solche konzeptionellen Schwierigkeiten treten häufig auf, wenn Schüler:innen nicht verstehen, dass die vertikale Achse in einem Histogramm angibt, wie viele Fälle in jede Klasse fallen, und dass diese Häufigkeitswerte nicht diejenigen sind, die zur Bestimmung des Mittelwerts addiert werden.

Korrekte Strategien für Histogramme: In einem Histogramm kann der Mittelwert geschätzt werden, indem man den Punkt auf der horizontalen Achse findet, an dem das Histogramm (die Verteilung) ausgeglichen ist. In diesem Fall würde der Blick zwischen einem Punkt auf der horizontalen Achse und den Spitzen der Säulen auf und ab wandern und so einen Blickpfad entlang einer imaginären vertikalen Linie bilden. Der Mittelwert kann auch durch eine Berechnung geschätzt werden: Dazu wird der Mittelpunkt jeder Säule (der die Messwerte innerhalb dieser Säule darstellt) mit der entsprechenden Häufigkeit (der Säulenhöhe) multipliziert, diese Produkte addiert und dann durch die Summe der Häufigkeiten (die Gesamtzahl der Datenpunkte) dividiert.



Das folgende Histogramm zeigt das Gewicht der Pakete, die von der Postbotin Fatima zugestellt wurden. Elis hat sich das Histogramm angesehen und gesagt, der Mittelwert liege „bei etwa 10“. Der tatsächliche Mittelwert, der sich aus den Daten ergibt, beträgt jedoch etwa 5,5.



Welche der folgenden Denkstrategien hat höchstwahrscheinlich zu der falschen Lösung „etwa 10“ für das Durchschnittsgewicht der Pakete geführt? Wählen Sie eine Option aus.

- a) Elis addierte die Häufigkeiten und dividierte sie durch die Anzahl der Säulen.
- b) Elis nahm an, dass der Mittelwert in der Mitte der x-Achse liegt, ohne die Verteilung der Daten zu berücksichtigen.
- c) Elis konzentrierte sich auf die höchste Säule und nahm an, dass deren Wert der Mittelwert ist.
- d) Elis betrachtete die Werte auf der x-Achse und berechnete deren Mittelwert, ohne die Häufigkeiten zu berücksichtigen.
- e) Elis schätzte den Mittelwert, indem er einen Schwerpunkt im Histogramm identifizierte, so als ob er eine vertikale Linie an der Stelle zieht, an der die Verteilung visuell ausgeglichen erscheint.





Eye-Teach-Stats Eye-Tracking Vignettes © 2026



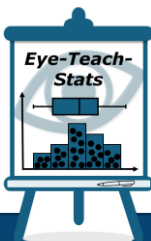
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the National Agency. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.

20 Histogramm

Vignette zu einem Fehler basierend auf einer Count-and-Compute-Strategie



Introducing situation



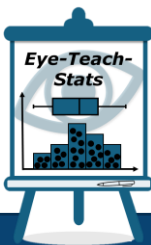
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Stellen Sie sich vor, Sie unterrichten eine 10. Klasse zum Thema Dateninterpretation und Sie führen Ihre Schüler:innen in den Vergleich von Datenverteilungen anhand von Histogrammen ein.

Sie bemerken, dass Ihre Schülerin Erika Schwierigkeiten mit einer Aufgabe hat, die Sie ihr gestellt haben. Sie gibt eine falsche Antwort.

Sie sehen nun die Aufgabe, an der Erika arbeitet.

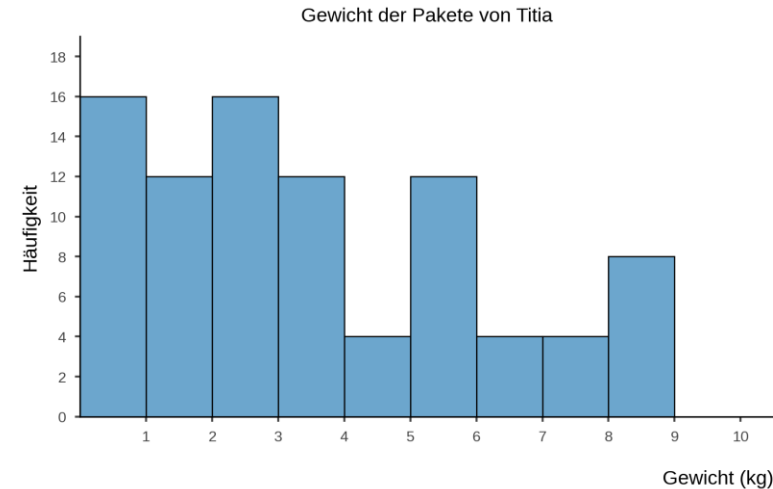
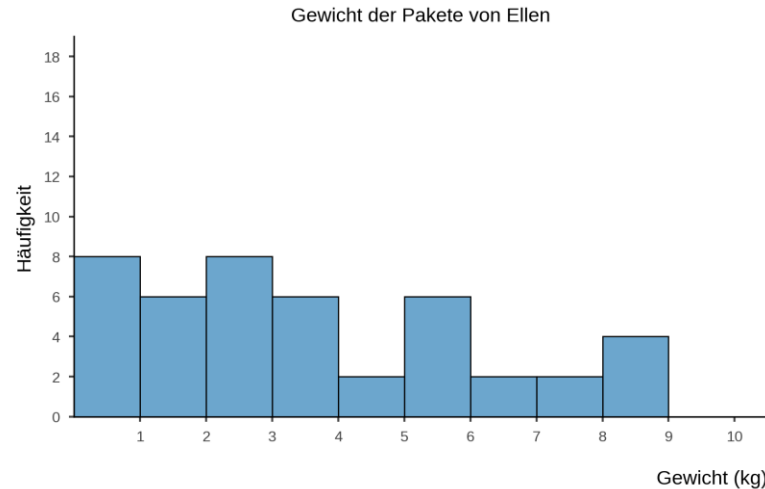


Students task



Co-funded by
the European Union

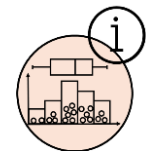
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



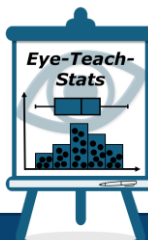
Welche:r Postmitarbeiter:in stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu?

- a) Ellen stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Titia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.

Dies ist die Aufgabe, an der Erika arbeitet. **Bitte lösen Sie die Aufgabe zuerst selbst und geben Sie Ihre Lösung ein.**



- a) Ellen stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Titia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.



Introducing eye-tracking

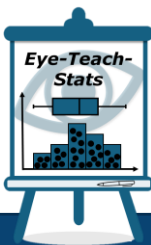


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Eine Gruppe von Forschenden aus der Mathematikdidaktik verfolgt die Idee, Lehrkräfte mit zusätzlichem diagnostischem Material zu unterstützen: Dazu werden Blickbewegungsdaten von Schüler:innen mithilfe von Eye-Tracking-Technologie erfasst, und als ergänzendes Material bereitgestellt.

Sie erhalten ein kurzes Gaze Video mit Erikas Blickbewegungen, die aufgenommen wurden, während sie an der Aufgabe gearbeitet hat. Dieses Video zeigt, wo ihr visueller Fokus während der Bearbeitung liegt. Oft lässt sich daraus ableiten, wie der Denkprozess der Lernenden verlaufen sein könnte.



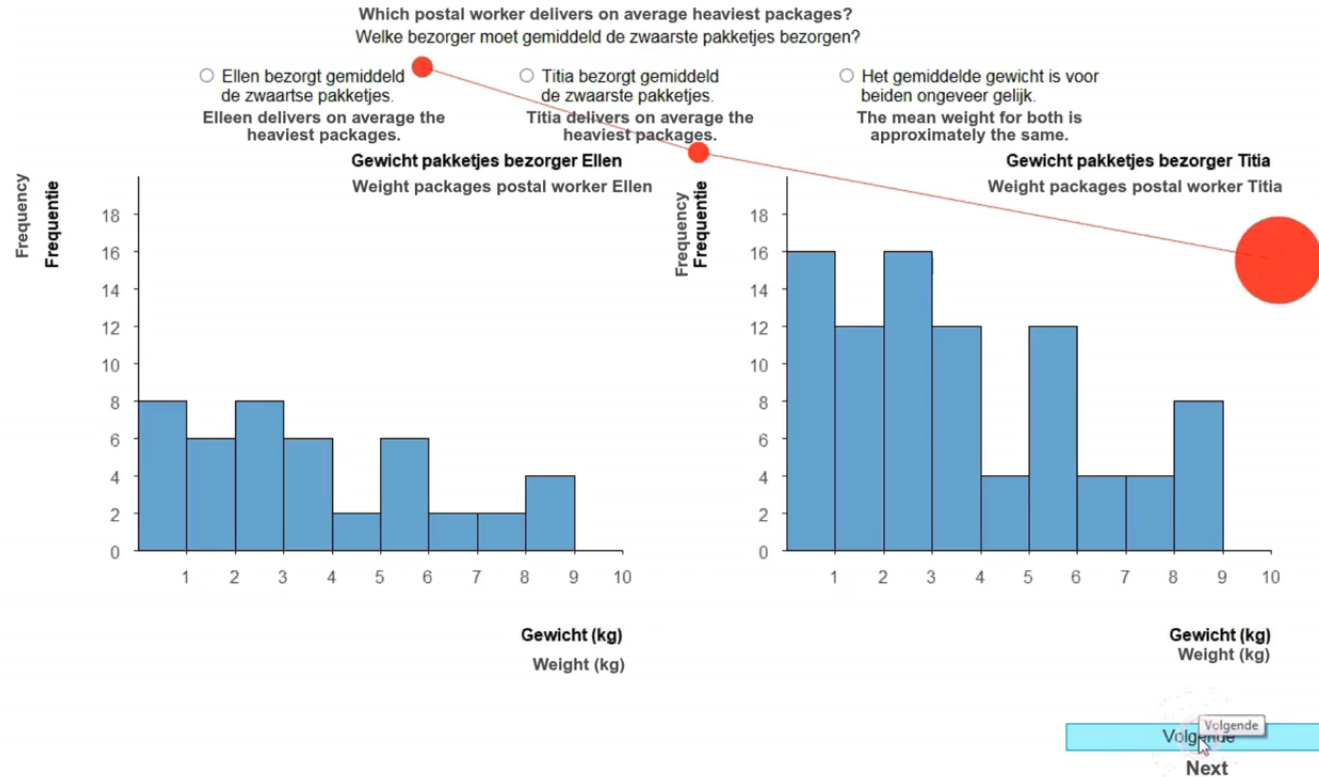
First look



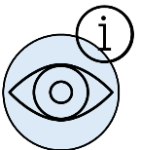
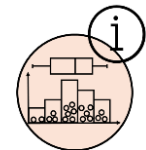
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Erikas Antwort: „Titia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.“



Werfen Sie einen Blick auf das Gaze Video, das die Blickdaten Ihrer Schülerin Erika zeigt und auf ihre Antwort.



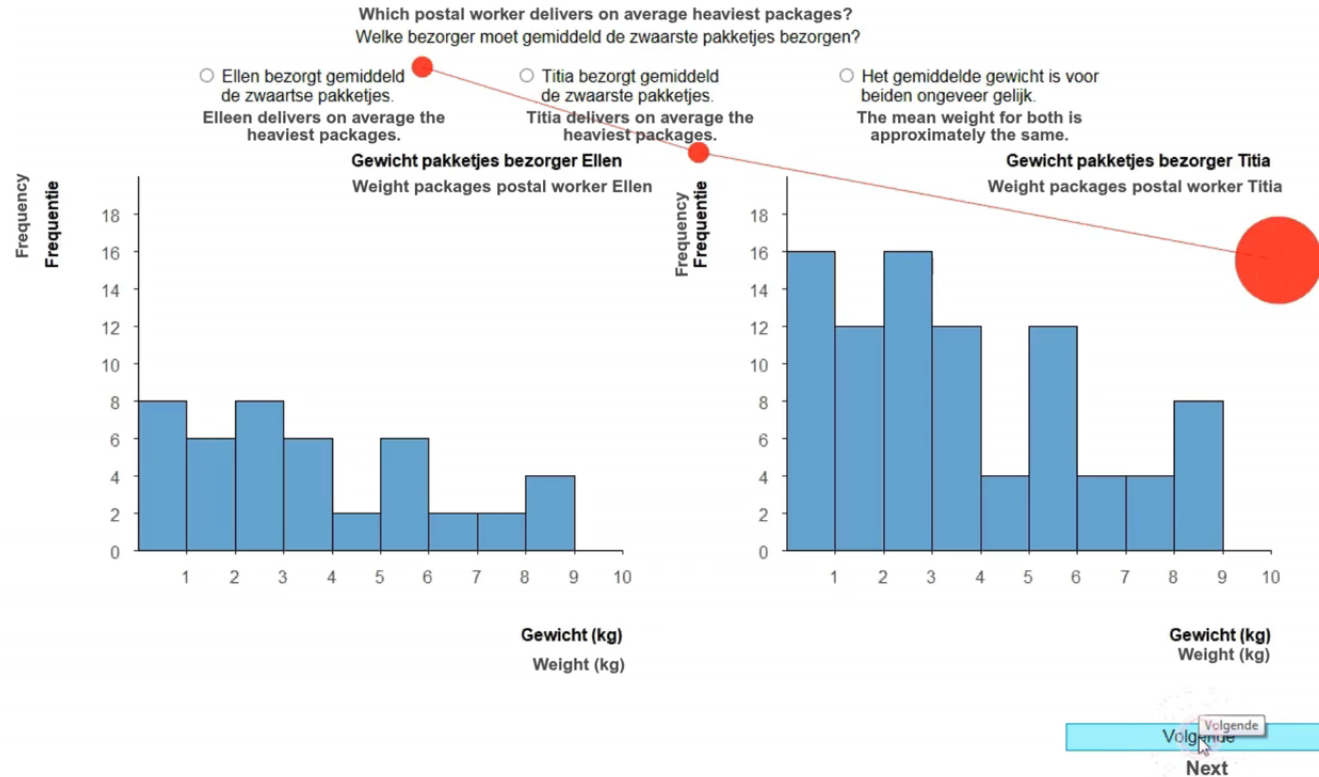
Take perspective



Co-funded by
the European Union

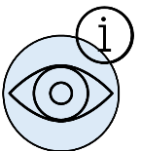
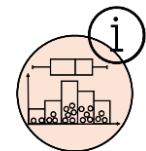
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Erikas Antwort: „Titia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.“



Nach der Aufgabe wurde Erika ihr eigenes Gaze Video gezeigt. Sie versucht rückblickend zu erklären, was sie bei der Bearbeitung der Aufgabe gedacht hat.

Versuchen Sie, Erikas Perspektive einzunehmen und zu formulieren, was s



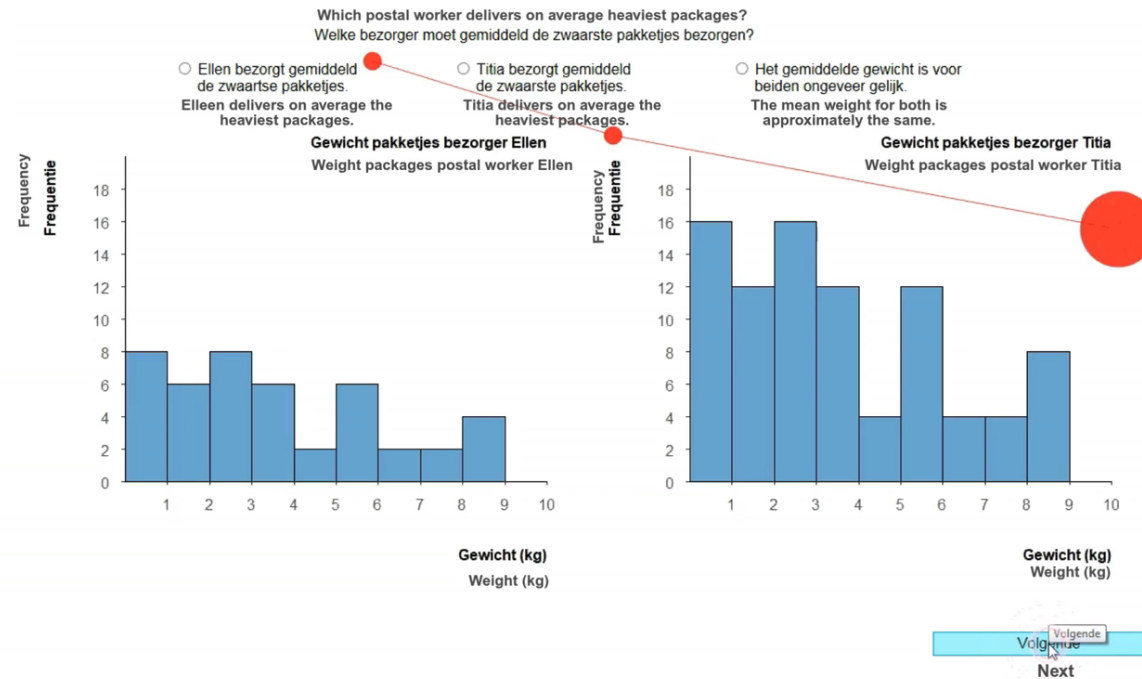
Indicate assumption



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Erikas Kommentar: „Ich wollte das durchschnittliche Gewicht herausfinden, also habe ich mir jede Säule angeschaut. Bei jeder Säule habe ich den Gewichtswert mit der Häufigkeit multipliziert, mit der er vorkam. Dann habe ich alle diese Ergebnisse addiert und durch die Anzahl der Säulen geteilt, weil jede Säule einen Teil der Daten darstellt. Das habe ich für beide Histogramme gemacht und bei Titia ein höheres Ergebnis bekommen, also habe ich Titia gewählt.“

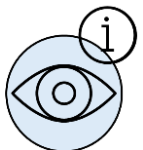
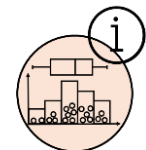


Jetzt können Sie den ursprünglichen Kommentar von Erika lesen.

Schätzen Sie ein, inwieweit Erikas Kommentar mit dem übereinstimmt, was Sie angenommen haben.

- ☐ Überhaupt keine Übereinstimmung
- ☐ Geringe Übereinstimmung

- ☐ Ziemlich große Übereinstimmung
- ☐ Vollständige Übereinstimmung



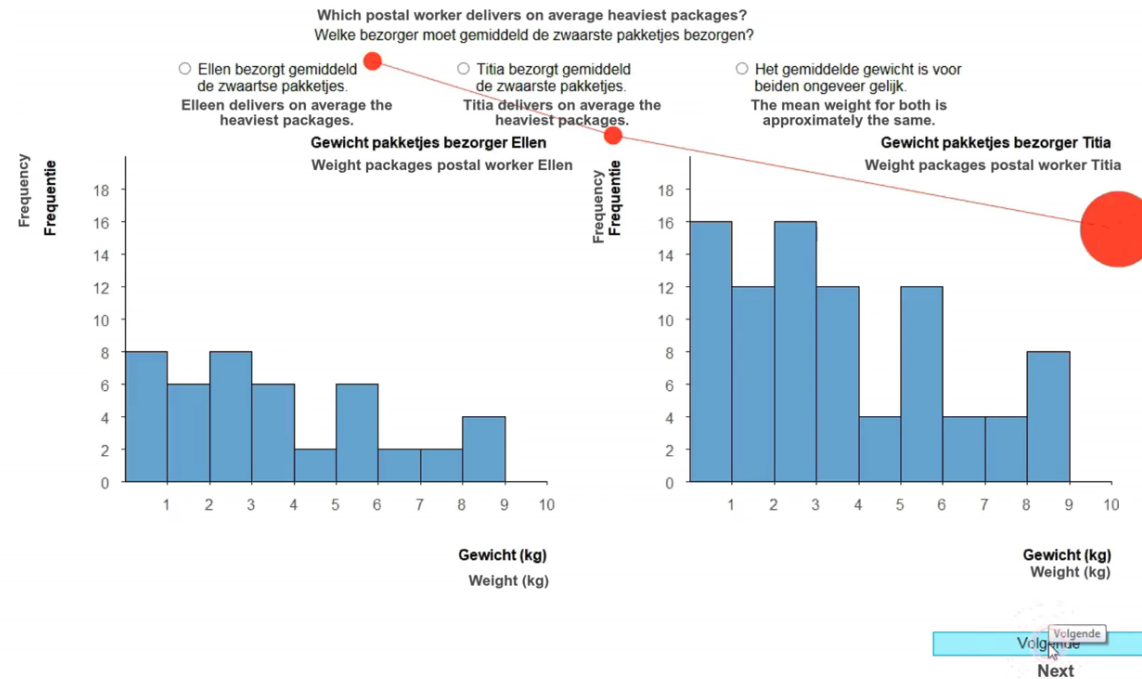
Evaluate solution



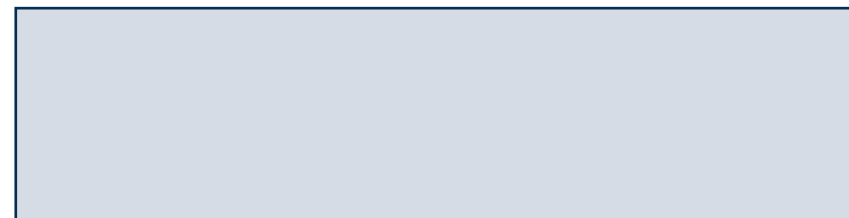
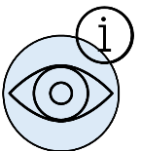
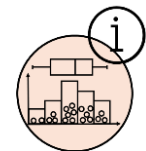
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Erikas Kommentar: „Ich wollte das durchschnittliche Gewicht herausfinden, also habe ich mir jede Säule angeschaut. Bei jeder Säule habe ich den Gewichtswert mit der Häufigkeit multipliziert, mit der er vorkam. Dann habe ich alle diese Ergebnisse addiert und durch die Anzahl der Säulen geteilt, weil jede Säule einen Teil der Daten darstellt. Das habe ich für beide Histogramme gemacht und bei Titia ein höheres Ergebnis bekommen, also habe ich Titia gewählt.“



Bewerten Sie Erikas Lösung. Was können Sie über ihr Verständnis sagen?



Introducing systematic error



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

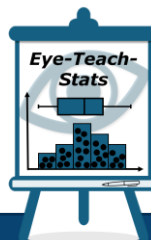
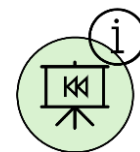
Den Fehler verstehen:

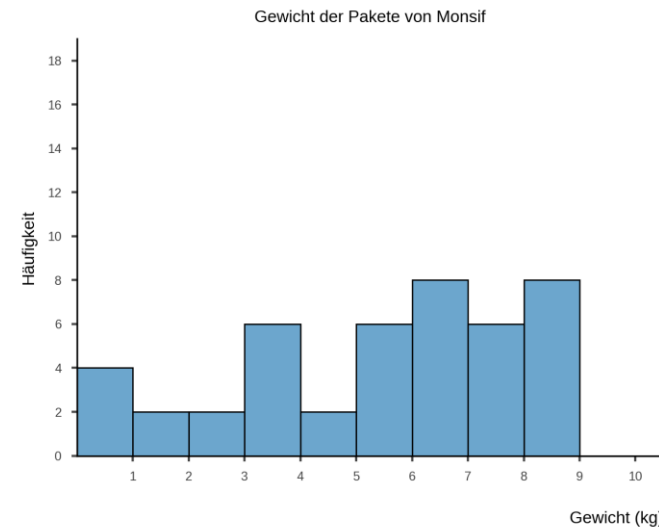
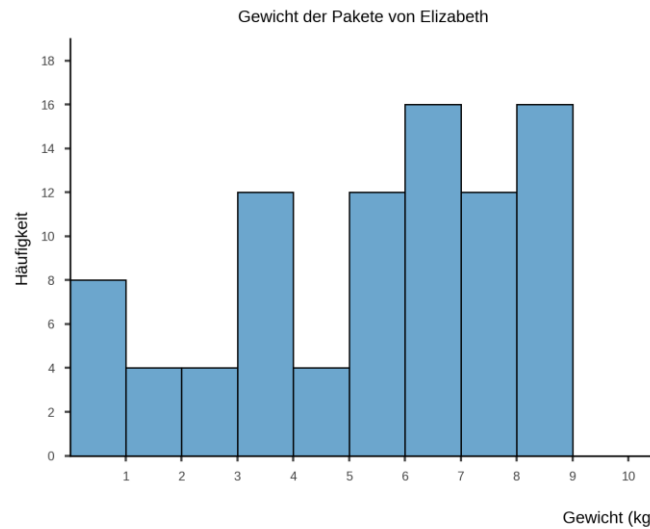
Erika hat eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit bei der Interpretation von Histogrammen, wenn sie Mittelwerte vergleicht. Dies führt zu einem beobachtbaren systematischen Fehler, der als **Überbetonung lokaler Merkmale: count-and-compute strategy** bezeichnet wird.

Beobachtbares Verhalten: Erika gab an, dass sie die Gewichtswerte mit den Häufigkeiten multipliziert und das Ergebnis durch die Anzahl der Säulen geteilt habe. Dieses Vorgehen wandte sie auf beide Histogramme an und kam zu dem Schluss, dass Titia im Durchschnitt die schwersten Pakete zustellt. Die Blickdaten zeigen, dass Erika ein Histogramm nach dem anderen bearbeitete. Während der Bearbeitung eines Histogramms folgte ihr Blick einem sich wiederholenden rechtwinkligen Muster: Sie bewegte ihren Blick immer wieder von der vertikalen Achse zum oberen Ende einer Säule, dann nach unten zur horizontalen Achse, zurück zur Säule und anschließend zur nächsten Säule. Innerhalb dieses Musters betrachtete sie die Säulen sehr lange.

Interpretation durch Lehrende/Forschende: Aufgrund ihres beobachteten Verhaltens scheint es, dass Erika die Aufgabe aus einer lokalen statt einer globalen Sicht auf die Daten bearbeitet hat. Sie konzentrierte sich auf die Daten und arbeitete die Säulen innerhalb eines Histogramms nacheinander ab, bevor sie zum anderen Histogramm wechselte. Dies deutet darauf hin, dass sie die Säulen als die zentralen Einheiten ihrer Argumentation behandelte, anstatt die beiden Histogramme als Gesamtverteilungen zu vergleichen. Das lange „Betrachten“ einer Säule kann darauf hindeuten, dass sie eher nachdenkt, als die Säule tatsächlich anzuschauen (in diesem Fall höchstwahrscheinlich, um im Kopf Zahlen zu addieren). Sie multiplizierte die Werte mit den entsprechenden Häufigkeiten und addierte sie, teilte dann aber durch die Anzahl der Säulen, als ob jede Säule einen einzelnen Datenpunkt darstellen würde. In Histogrammen werden die Daten in Klassen zusammengefasst, und die Bestimmung und der Vergleich der Mittelwerte erfordern die Berücksichtigung der Gesamtverteilung und der Gesamtzahl der Beobachtungen – also der Summe der Häufigkeiten, nicht der Anzahl der Säulen. Dieser lokale Ansatz kann daher zu falschen Schlussfolgerungen darüber führen, welche Person im Durchschnitt die schwereren Pakete zustellt.

Zugrunde liegende konzeptionelle Schwierigkeit: Der systematische Fehler ist wahrscheinlich auf eine grundlegende konzeptionelle Schwierigkeit mit dem Begriff „Verteilung“ bei der Bestimmung und dem Vergleich von Mittelwerten in Histogrammen zurückzuführen. Er deutet auf eine eher prozedurale als konzeptionelle Einbindung der Häufigkeiten hin. Erika scheint die gelernte Regel „Wert $\times$ Häufigkeit“ anzuwenden, ohne sie mit dem passenden Nenner in Beziehung zu setzen: Sie teilt durch die Anzahl der Säulen, als ob jede Säule einen einzelnen Messwert darstellen würde. Der Fehler zeigt einen Bruch im verteilungsbezogenen Denken: Erika berücksichtigt die Zusammenfassung der Daten in Klassen teilweise, indem sie die Werte mit den Häufigkeiten gewichtet, bindet diese aber nicht in eine globale Sicht auf die Verteilung ein. Zudem nutzt sie keine Verteilungsaspekte, die für den Vergleich von Mittelwerten in Doppelhistogrammen zentral sind, wie Form und Verschiebung. In diesem Fall haben die beiden Histogramme dieselbe Gesamtform und die Säulen befinden sich an denselben Positionen, während die Häufigkeiten skaliert sind (z. B. verdoppelt). Dadurch ändert sich die Anzahl der Beobachtungen, nicht aber die Lage der Verteilung entlang der horizontalen Achse; der Mittelwert bleibt daher gleich.



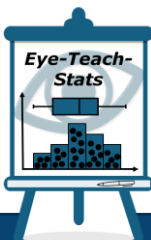
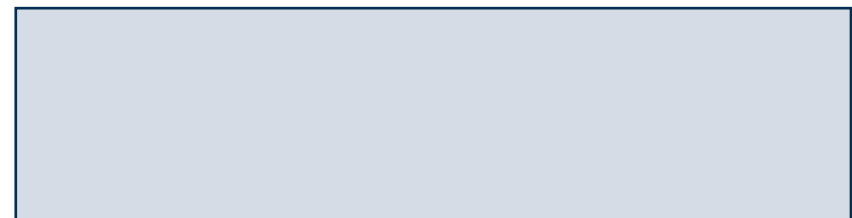


Welche:r Postmitarbeiter:in stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu?

- a) Elizabeth stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- b) Monsif stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.
- c) Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.

Stellen Sie sich vor, ein:e Schüler:in zeigt denselben systematischen Fehler der Überbetonung lokaler Merkmale: count-and-compute strategy.

Beschreiben Sie das mögliche Blickmuster, das der:die Schüler:in zeigen könnte. Erwarten Sie, dass dieser Fehler hier auftritt? Warum (nicht)?



Unterstützende Informationen

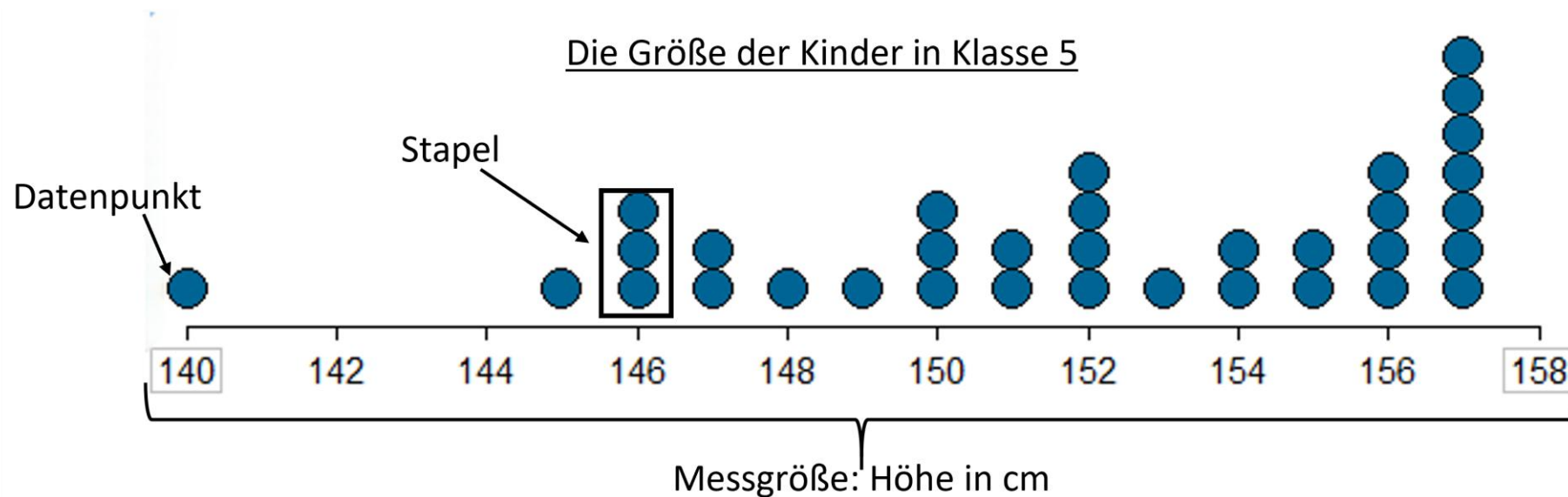
Dotplot



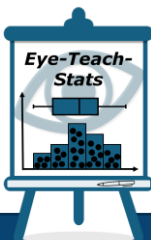
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Dotplots sind grafische Darstellungen, die zur Anzeige der Verteilung eines Datensatzes verwendet werden. In einem Dotplot wird jeder Datenpunkt durch einen Punkt entlang einer einzigen Achse, in der Regel der horizontalen Achse, dargestellt. Wenn mehrere Datenpunkte denselben Wert haben, werden die Punkte vertikal gestapelt. Sie sind besonders nützlich für kleine bis mittelgroße Datensätze.



Zum Vergleich der in Dotplots dargestellten Verteilungen können sowohl globale Merkmale als auch lokale Details berücksichtigt werden.



Unterstützende Informationen globale vs. lokale Sicht



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Perspektiven der Datenverteilung: lokale vs. globale Sicht:

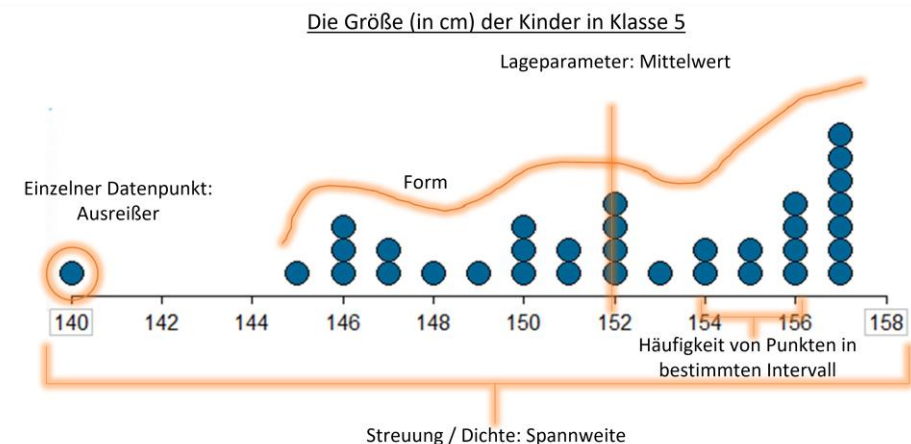
Ein zentrales Ziel des Statistikunterrichts besteht darin, die Schüler:innen dazu anzuleiten, auch eine "globale Sicht" auf Datenverteilungen zu entwickeln. In dieser Perspektive nehmen die Schüler:innen Verteilungen als konzeptionelle Einheiten mit allgemeinen Merkmalen wie Zentrum, Streuung und Form wahr. Häufig nehmen die Schüler:innen Verteilungen jedoch als bloße Sammlungen einzelner Datenpunkte wahr, was dazu führt, dass sie sich zu sehr auf lokale Details der Verteilung konzentrieren. Dies wird als "lokale Sichtweise" von Datenverteilungen bezeichnet.

Betrachtungen von Datenverteilung: lokale vs. globale Sichtweise

Globale Sicht	Verteilung (konzeptuelle Einheit)			Lokale Sicht
	globale Merkmale			
	Lageparameter <i>visuell geschätzter Mittelwert ...</i>	Streuung/Dichte <i>beobachtete Ausbreitung, Mehrheit, Spannweite...</i>	Form <i>beobachtete Schiefe, Spitzen...</i>	
	lokale Merkmale einzelne Datenpunkte <i>Extremwerte, Ausreißer, absolute Häufigkeit von Punkten in bestimmten Intervallen, Wert bestimmter Intervalle von Punkten, disjunkte Randwerte...</i>			

Angepasst nach Schreiter & Vogel, 2023 (übersetzt von Autor:innen)

Zum Vergleich von Verteilungen, die in Dotplots dargestellt werden, können sowohl globale Merkmale (z. B. Zentrum, Verteilung/Dichte, Form) als auch lokale Merkmale (z. B. Ausreißer) berücksichtigt werden.



Unterstützende Informationen

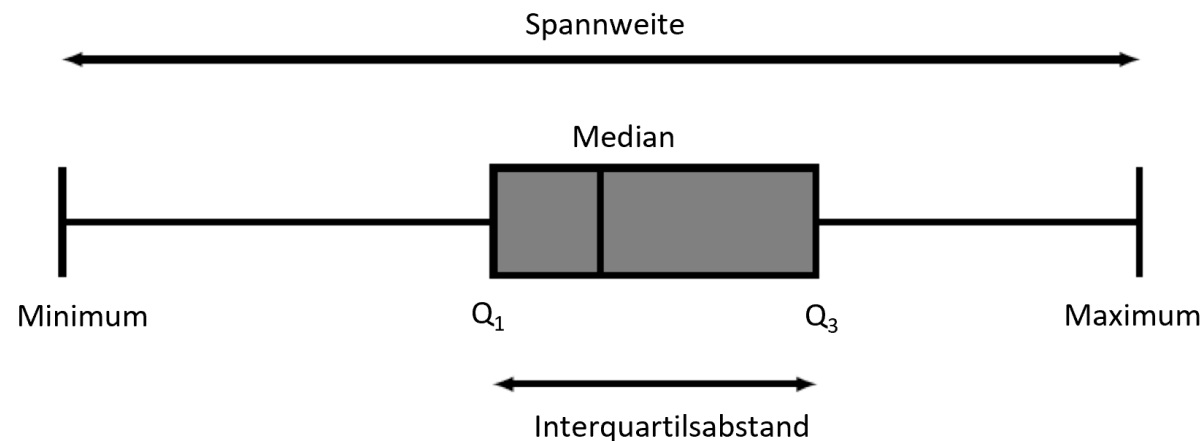
Boxplot



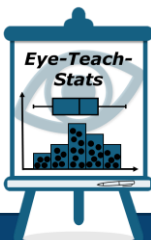
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Ein Boxplot, auch bekannt als Kastendiagramm, ist eine grafische Darstellung, die eine prägnante Zusammenfassung der Verteilung eines Datensatzes bietet. Er zeigt die wichtigsten statistischen Kenngrößen in einer visuell intuitiven Weise an. Durch die Darstellung dieser Kenngrößen bieten Boxplots wesentliche Einblicke in die zentrale Tendenz, die Variabilität und die Schiefe der Daten. Im Kern besteht ein Boxplot aus fünf Hauptkomponenten: dem Median, dem ersten Quartil (Q_1), dem dritten Quartil (Q_3), den Extremwerten (Maximum und Minimum) und der Spannweite und dem Interquartilsabstand (IQR).



Durch die Kombination dieser Kenngrößen bietet ein Boxplot eine klare und prägnante Zusammenfassung der Verteilung und ist besonders nützlich, um die Verteilungen mehrerer Datensätze gleichzeitig zu vergleichen, was eine schnelle und effektive Datenanalyse und -interpretation ermöglicht. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass ein Boxplot ein leistungsfähiges Werkzeug für die explorative Datenanalyse ist. Ob in der statistischen Forschung, der Datenvisualisierung oder bei Entscheidungsprozessen, Boxplots sind für das Verständnis der Verteilungseigenschaften von Daten unverzichtbar.



Unterstützende Informationen

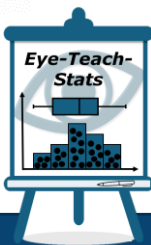
Boxplot II



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

In einer Klasse gaben die Kinder an, wie lange sie am Tag zuvor für die Hausaufgaben benötigt hatten.



Unterstützende Informationen

Case-Value Plot



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Ein Case-Value Plot (CVP) ist eine Art von Diagramm mit Säulen, bei dem die Höhe jeder Säule einen Messwert darstellt. In einem Case-Value Plot mit nominalen Daten auf der horizontalen Achse und numerischen Daten auf der vertikalen Achse (zwei Messvariablen) befindet sich der relevante Messwert auf der vertikalen Achse und die Variabilität kann als Variation in den Höhen der Säulen gesehen werden.

Warum verwenden wir die CVP?

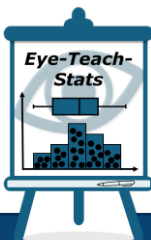
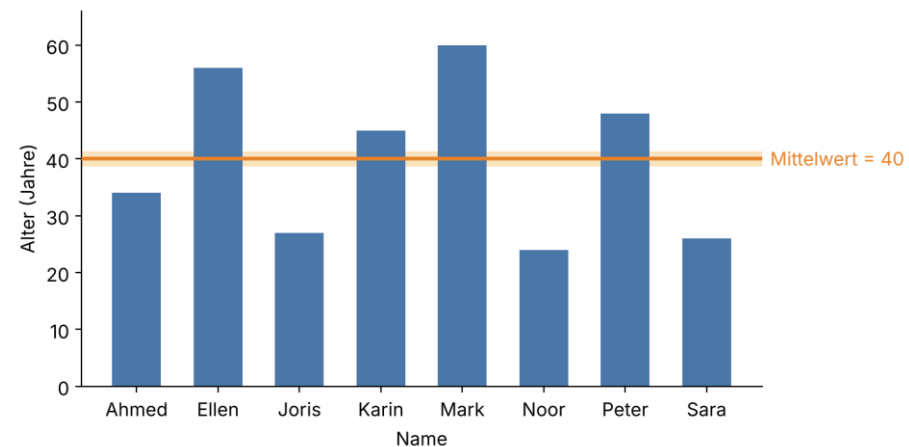
- Um Messungen von nominalen Daten visuell zu vergleichen
- Vergleich der Mittelwerte von Gruppen oder Kategorien (= nominale Daten) nach Fällen
- Um die Abweichungen zwischen den einzelnen Messungen zu erkennen

Beispiel:

Dieser Case-Value Plot zeigt das Alter der acht Lehrkräfte im Fachbereich Mathematik einer Schule. Jede Säule steht für eine Lehrkraft.

Das Durchschnittsalter lässt sich durch eine horizontale Linie bei 40 Jahren darstellen, die die vertikale Achse bei dieser Zahl schneidet.

Beim Mittelwert ist der leere (weiße) Raum zwischen der Linie und den kürzeren Säulen genau so groß wie die Teile der höheren Säule, die über die Linie hinausragen. Würde man die Teile oberhalb der Linie in die Lücken darunter verschieben, wären alle Säulen gleich hoch.



Unterstützende Informationen

Histogramm



Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

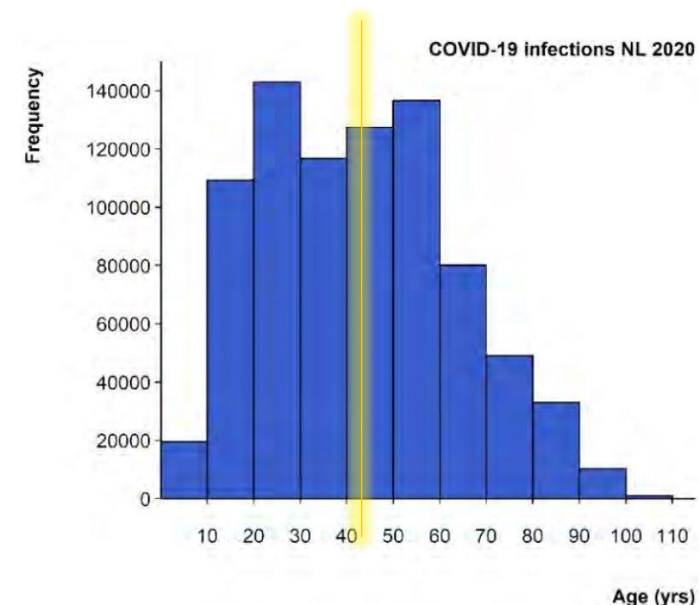
Ein Histogramm ist ein Säulendiagramm, das die folgenden Kriterien erfüllt:

- Es besteht aus Säulen, die gruppierte numerische Daten darstellen.
- Es stellt Daten nur einer statistischen Variablen dar (in der Regel eine kontinuierliche Variable).
- Die statistische Variable wird üblicherweise auf der horizontalen Achse dargestellt.
- Die statistische Variable wird auf Intervall- oder Verhältnismessebene gemessen.
- Die vertikale Achse zeigt die Klassendichte oder – bei gleicher Klassenbreite – die relative oder absolute Häufigkeit (Anzahl) der dargestellten statistischen Variable an.
- Die Gesamtdichte ergibt 1 bzw. die gesamte relative Häufigkeit ergibt 100 %.

So analysieren und interpretieren Sie ein Histogramm:

Das Durchschnittsalter (etwa 43 Jahre) liegt auf der horizontalen Achse und lässt sich durch eine vertikale Linie darstellen, die die horizontale Achse bei 43 Jahren schneidet – das ist der Schwerpunkt des Diagramms.

Er lässt sich auch schätzen, indem man die Klassenmitte jeder Säule mit der Säulenhöhe multipliziert, diese Produkte addiert und anschließend durch die Summe der Häufigkeiten teilt.



Prozedurale Informationen

Heatmap



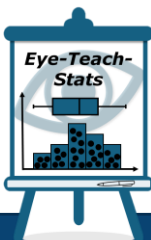
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Bei Heatmaps werden die von Eye-Tracking-Geräten gesammelten Blickdaten dem ursprünglichen Stimulus überlagert, um eine kombinierte Ansicht des Stimulus und der Blickdaten der Teilnehmenden zu erstellen.



Die Visualisierung zeigt farbige Bereiche, die Fixationen darstellen. Die Verteilung der Fixationen, bei denen der Teilnehmende relativ stabil auf einem Bereich des Stimulus verweilt, wird durch die Farbgebung angezeigt. Je röter und heller die Farben sind, desto länger wird dieser Bereich betrachtet.



Prozedurale Informationen

Gaze Video



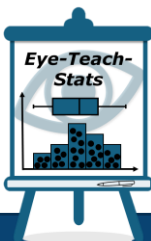
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Bei Gaze Videos werden die von Eye-Tracking-Geräten gesammelten Blickdaten dem ursprünglichen Stimulus überlagert, so dass eine kombinierte Ansicht sowohl des Stimulus als auch der Blickbewegungen der Teilnehmenden entsteht.



Die Visualisierung enthält Punkte, die Fixationen darstellen, und Linien, die Sakkaden darstellen. Jeder Punkt steht für einen Moment, in dem der Blick des Teilnehmenden relativ stabil auf einem bestimmten Bereich des Stimulus verweilt. Die Linien zeigen schnelle Augenbewegungen zwischen zwei Punkten an.



Prozedurale Informationen

Gaze Plot



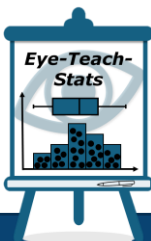
Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

In einem Gaze Plot werden die von Eye-Tracking-Geräten gesammelten Blickdaten dem ursprünglichen Stimulus überlagert, so dass eine kombinierte Ansicht sowohl des Stimulus als auch der Augenbewegungen der Teilnehmenden entsteht.

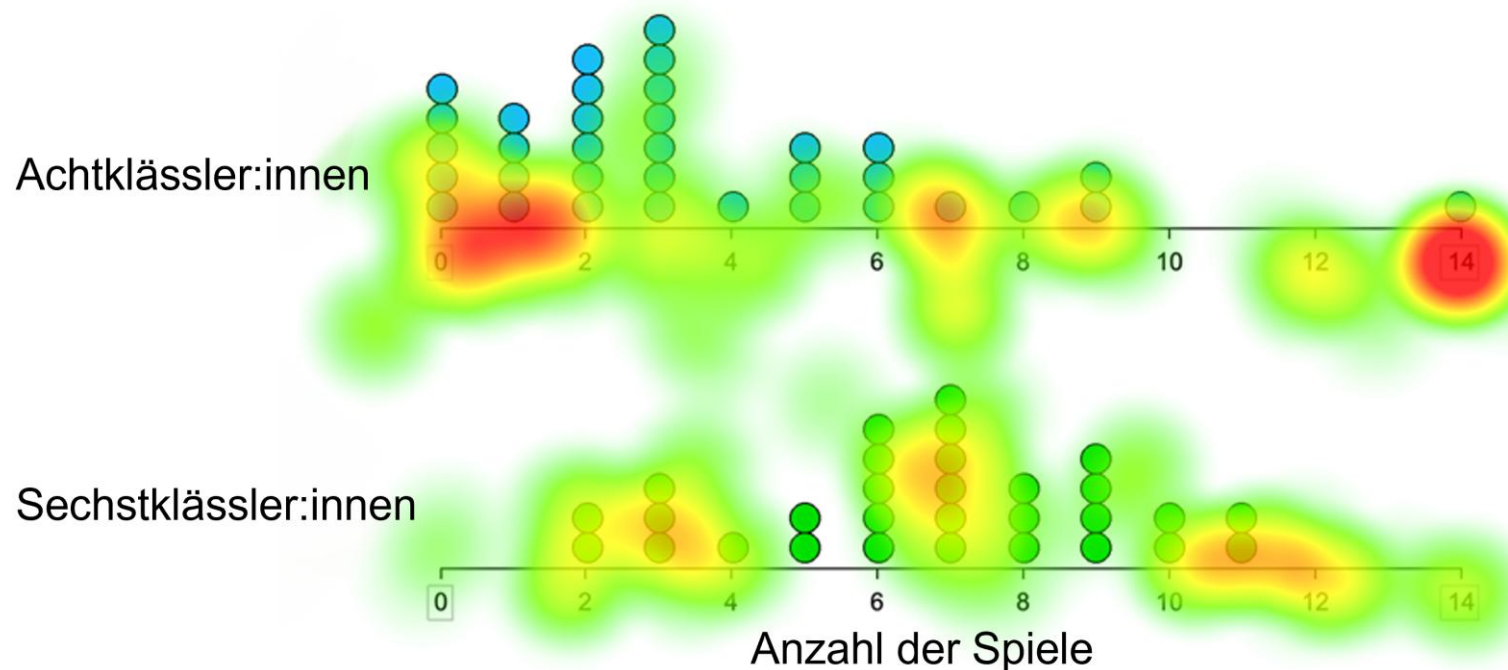


Die Visualisierung umfasst Punkte und Linien, die Fixationen bzw. Sakkaden darstellen. Fixationen werden als Punkte dargestellt, wobei jeder Punkt eine Phase angibt, in der der Blick des Teilnehmenden relativ stabil auf einem bestimmten Bereich des Stimulus verbleibt. Sakkaden hingegen werden durch Linien dargestellt, die zwei aufeinanderfolgende Fixationen miteinander verbinden. Diese Linien zeigen schnelle Augenbewegungen zwischen verschiedenen Bereichen des Stimulus an.



Amayas Antwort: "Ich denke, dass a) richtig ist: die Achtklässler haben mehr Spiele.,,"

Amayas Kommentar: "Hier habe ich gesehen, dass ein Achtklässler 14 Spiele hat. Das ist wirklich viel, das ist eine sehr große Zahl und das macht viel aus. Deshalb denke ich, dass die Achtklässler mehr Spiele haben."



Quinns Antwort: "Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen.,,

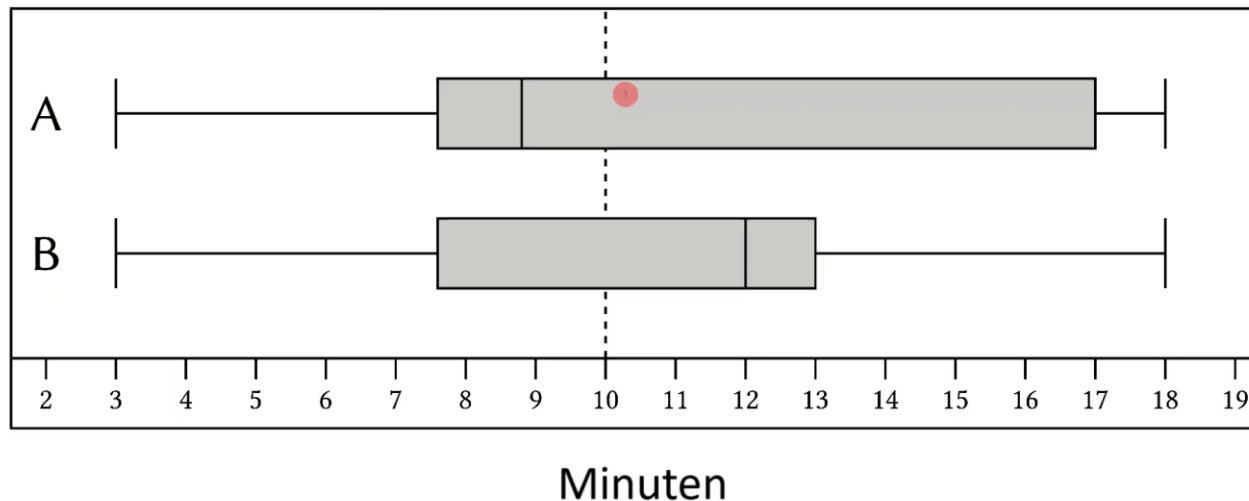
Quinns Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“

Eine Schule hat eine größere Anzahl von Kindern, deren Schulweg länger als 10 Minuten dauert.

Entscheide, welche.

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

Decide which one.



Elodies Lösung

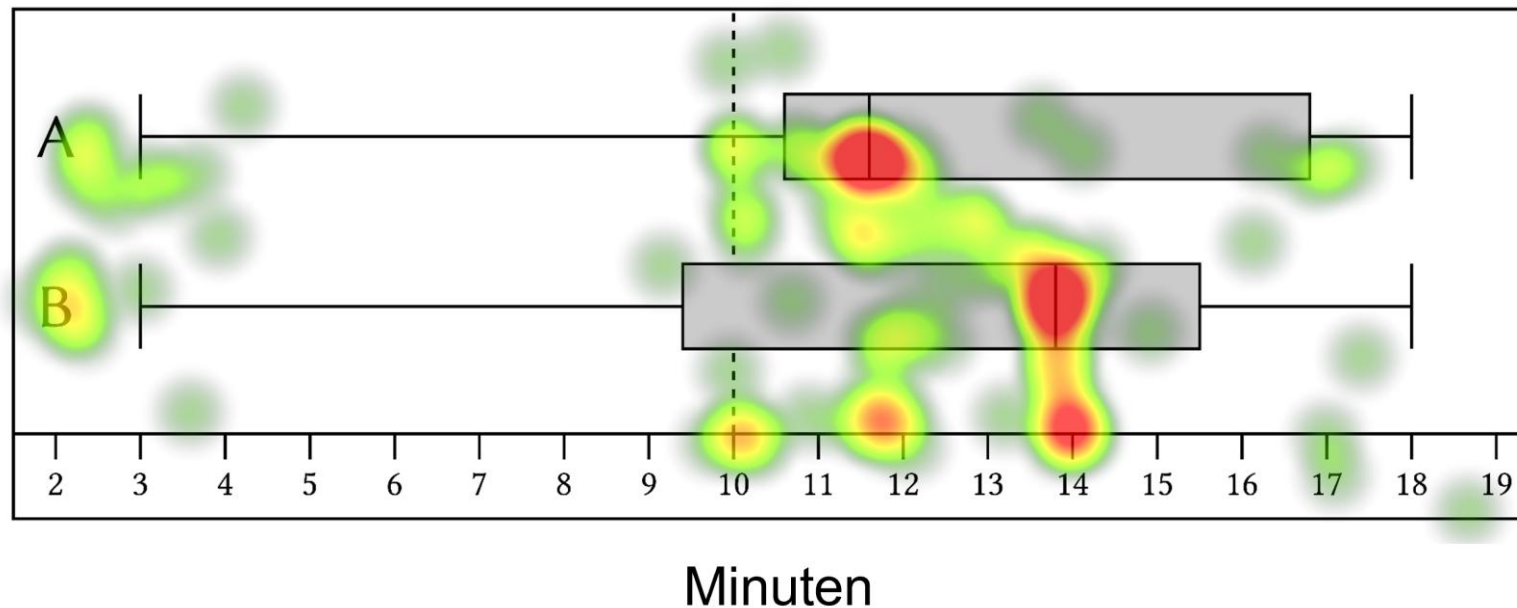


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

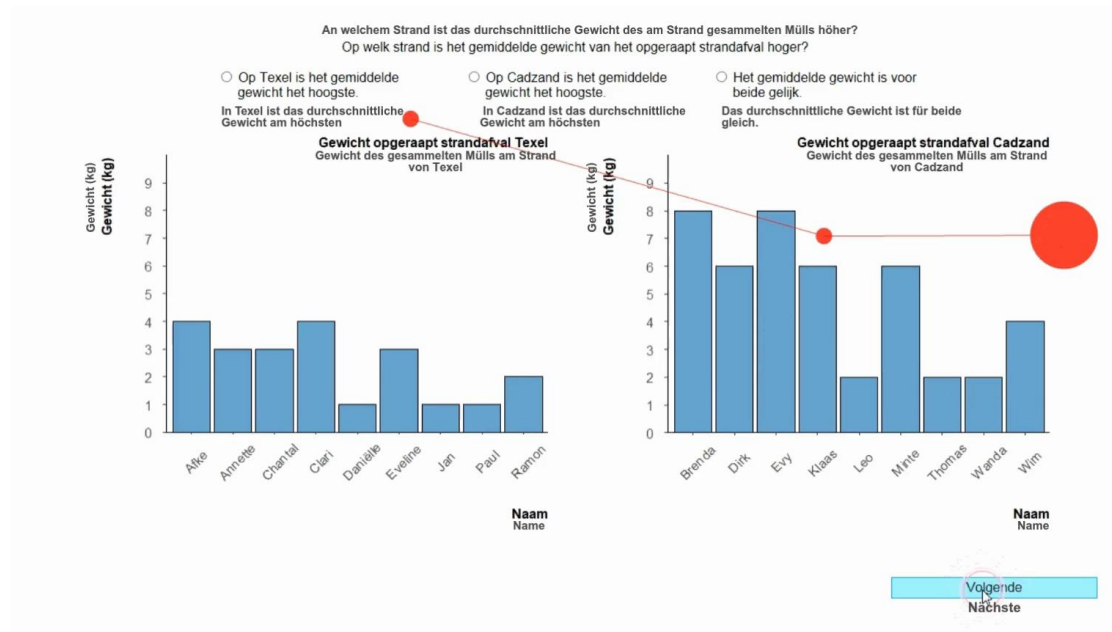
Elodies Antwort: "Für mich ist Schule B eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot B kann man leicht erkennen, dass viel mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten benötigen.,,

Elodies Kommentar: "Die Linie in der Mitte der Box ist der Median, also ein Durchschnittswert. Ich habe also hauptsächlich die beiden Mediane verglichen. Man kann deutlich sehen, dass die Kinder von Schule B im Durchschnitt viel länger zur Schule brauchen als die von Schule A. Also habe ich B gewählt."



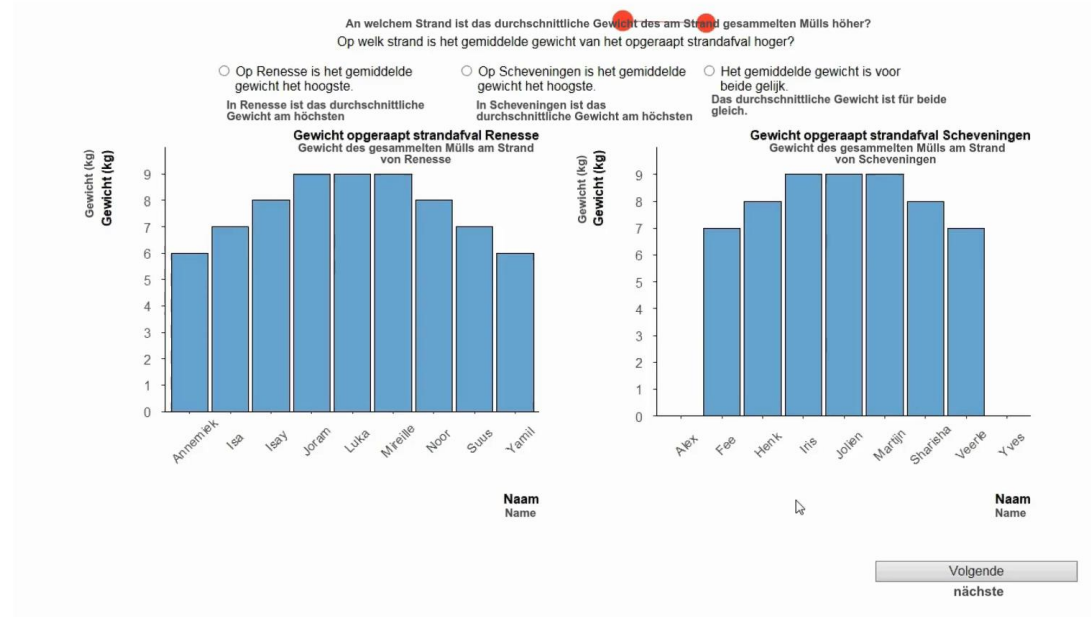
Roos' Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.,,

Roos' Kommentar: "Ich gehe davon aus, dass die Mittelwerte identisch sind, da ich das Gewicht in beiden Diagrammen verglichen habe. Ich habe gesehen, dass das Gewicht in einem Diagramm doppelt so hoch waren und ich habe angenommen, dass es sich um dasselbe Muster mit höheren Werten handelt. Daher war ich der Meinung, dass die Mittelwerte identisch sind."



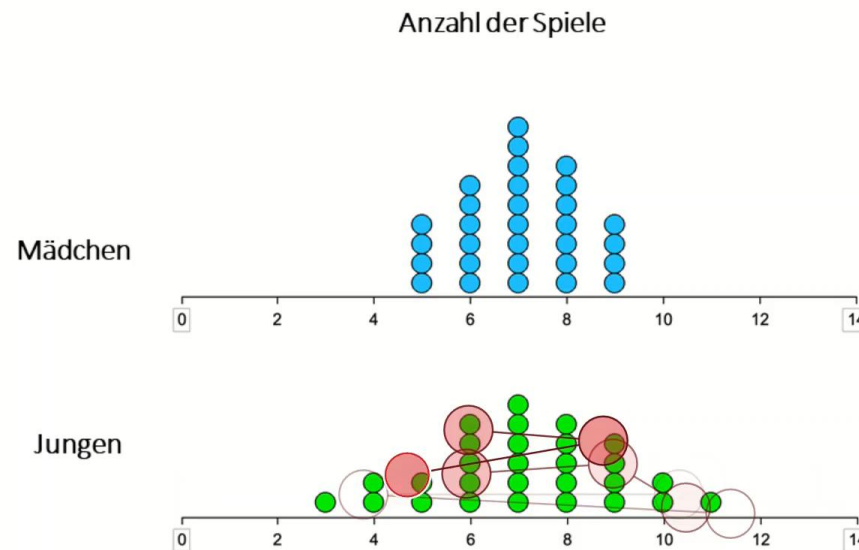
Alines Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist an beiden Stränden ungefähr gleich.,,

Alines Kommentar: "Als ich die Diagramme der an den beiden Stränden gesammelten Gewichte verglich, dachte ich, dass die Durchschnittsgewichte ziemlich gleich sind. Ich schaute mir die Graphen an und versuchte zu sehen, ob sich die Gewichte auf beiden Seiten ausgleichen. Ich dachte mir, wenn die wirklich schweren und die wirklich leichten Gewichte auf beiden Seiten gleich aussehen würden, würden sie sich gegenseitig aufheben, so dass die Mittelwerte in etwa gleich sein würden. Ich sah, dass die Säulen an beiden Enden der Diagramme gleich weit von der Mitte entfernt sind, also dachte ich, dass sie sich gegenseitig ausgleichen."



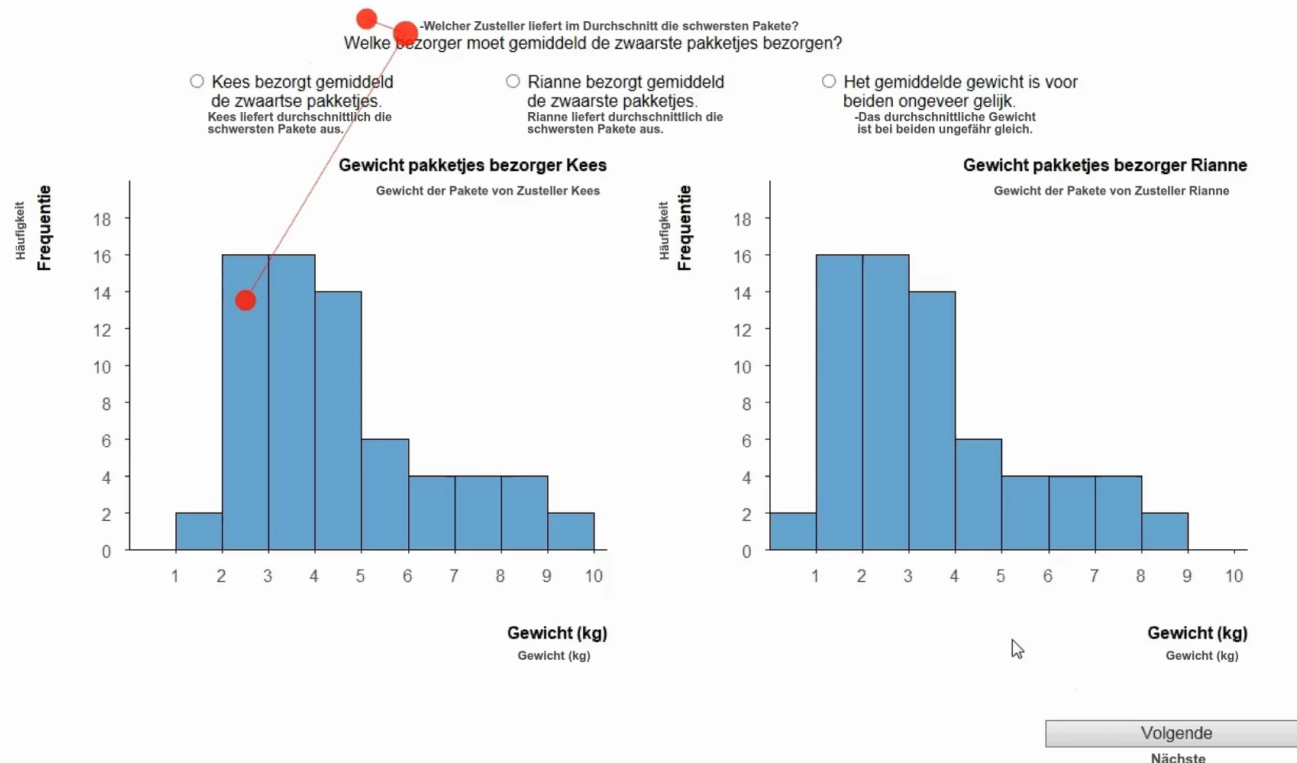
Zeyds Antwort: "Ich würde sagen a). Die Mädchen haben viel mehr Spiele auf ihren Handys.,,

Zeyds Kommentar: "Ich habe geschaut, wie viele Punkte es gibt, und dann habe ich sie verglichen. Zum Beispiel haben Jungen und Mädchen die gleiche Anzahl von Punkten bei neun, aber die Mädchen haben mehr Punkte bei sieben und acht und so weiter. Die kleinen Stapel an der Außenseite bei den Jungen sind nicht so wichtig. Deshalb denke ich, dass die Mädchen mehr Spiele haben."



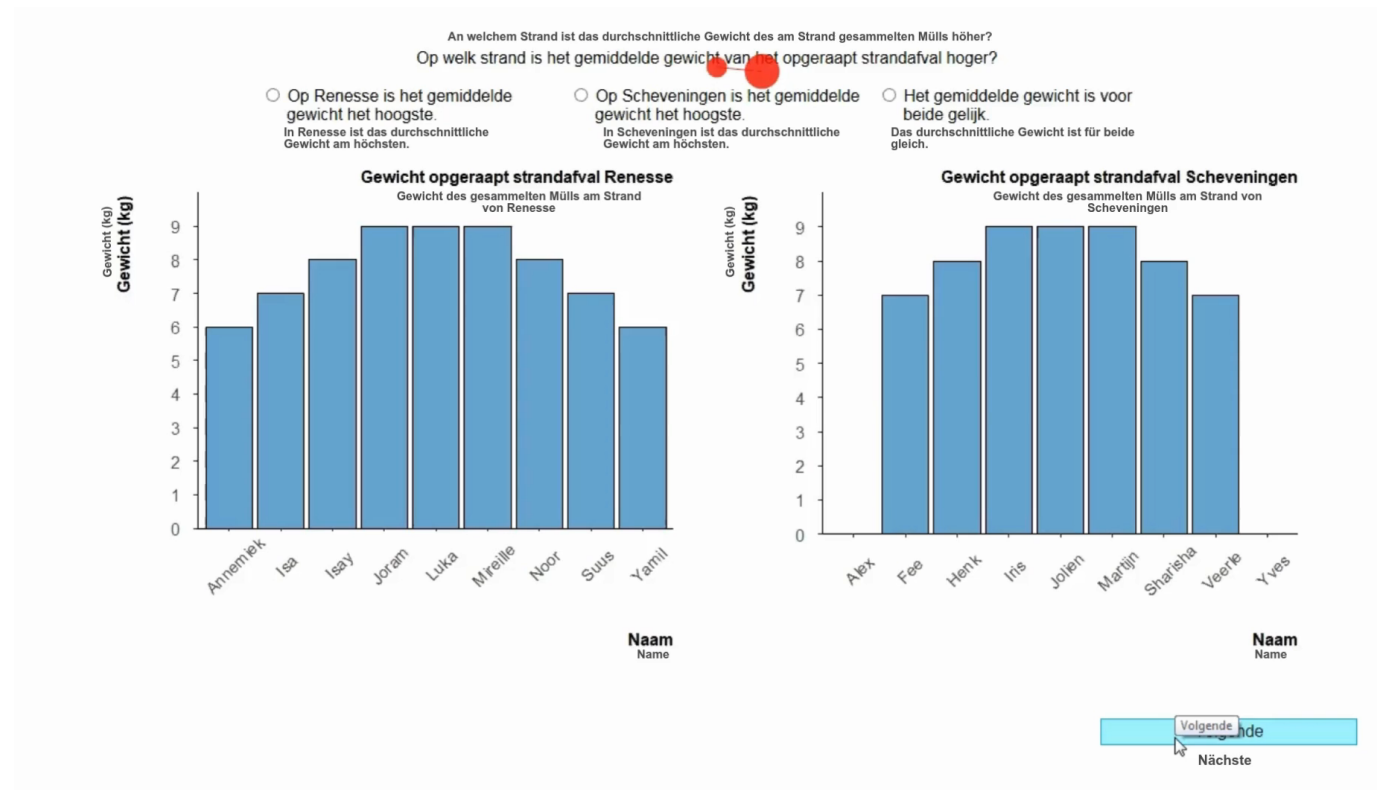
Sems Antwort: "Das durchschnittliche Gewicht ist bei beiden ungefähr gleich.,,"

Sems Kommentar: "Ich habe beobachtet, dass Kees schwerere Pakete mit weniger leichten Paketen hatte und Rianne überwiegend leichtere Pakete mit weniger schweren Paketen. Die Verteilung war jedoch ähnlich. Ich habe die einzelnen Stapelpaare in den Histogrammen verglichen und es schien, als würden sich die Unterschiede in den Stapeln gegenseitig ausgleichen, sodass ich davon ausgehe, dass die ungefähren Durchschnittswerte identisch waren."



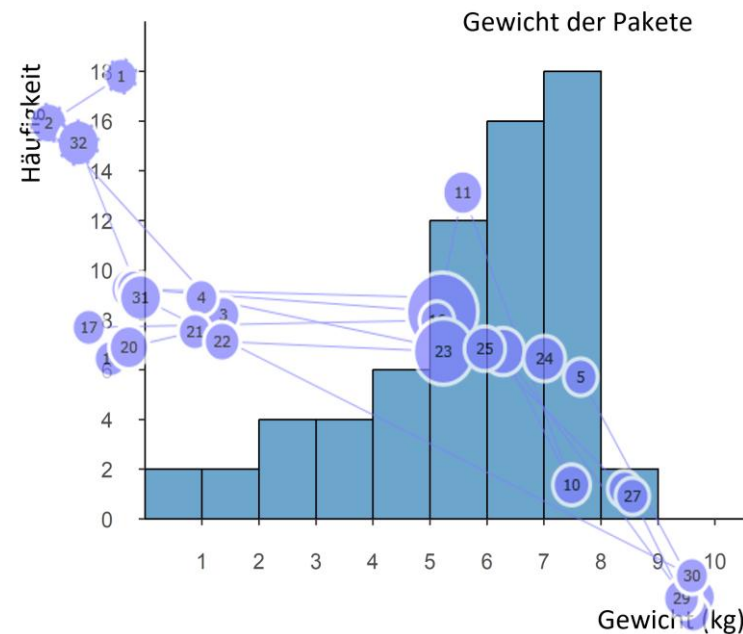
Evas Antwort: "In Scheveningen ist das durchschnittliche Gewicht am höchsten.,,

Evas Kommentar: "Ich habe einige Säulen aus jedem Diagramm einzeln verglichen und gesehen, dass Renesse mehr Säulen mit niedrigeren Werten hatte. Also dachte ich, dass Scheveningen ein höheres Gewicht an Strandabfällen haben muss."



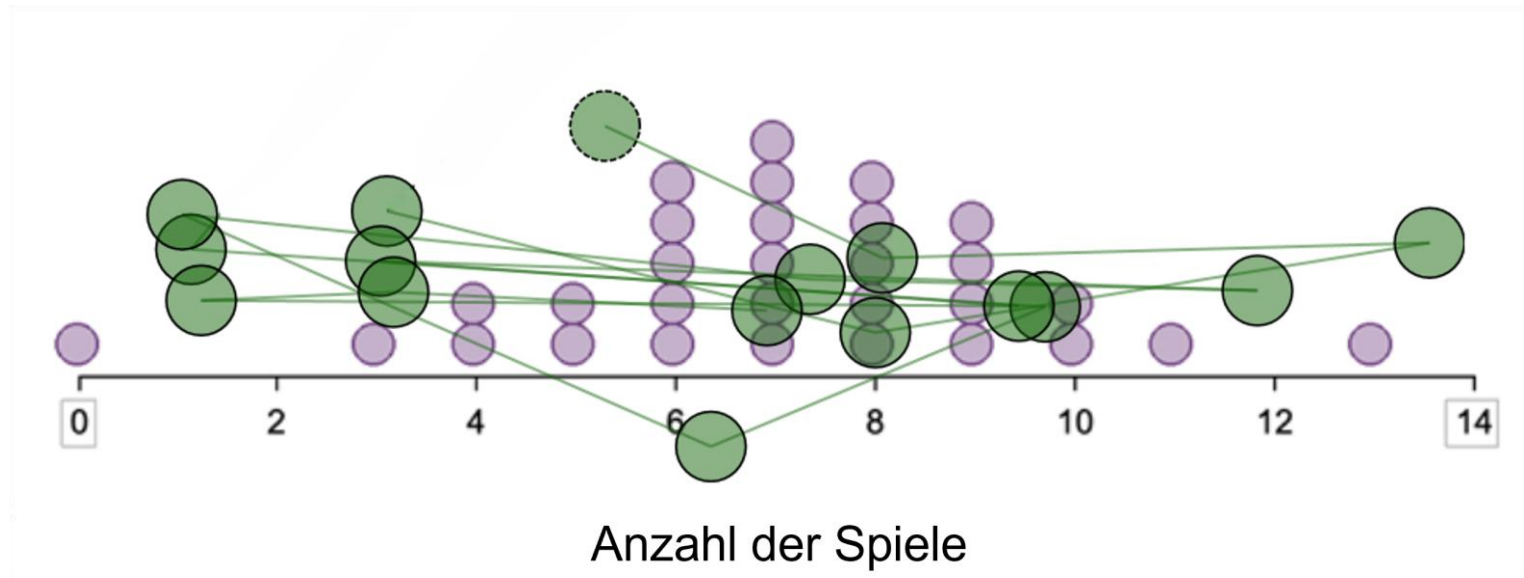
Sophies Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei etwa acht.,,

Sophies Kommentar: "Ich habe mir angeschaut, wie hoch die Säulen im Diagramm waren, um zu sehen, wie oft etwas auftaucht. Dann habe ich versucht zu erraten, wo der Mittelwert liegen würde. Ich habe auch versucht, die Säulen alle gleich hoch zu machen, um es einfacher zu machen, es herauszufinden."



Noels Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei zwei.,,

Noels Kommentar: "Ich denke, es sind zwei, denn wenn ich es mir ansehe, gibt es einige mit vielen Spielen und einige ohne Spiele, und ich habe versucht, die Stapel gleich hoch zu machen, um das arithmetische Mittel zu schätzen. Dann gibt es überall ungefähr zwei Punkte."

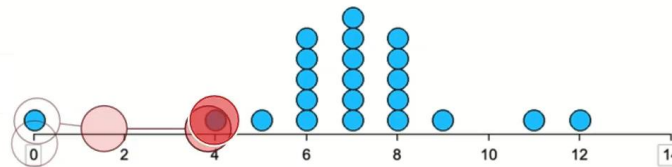


Talias Antwort: "Daher würde ich sagen, dass b) die richtige Antwort ist: Sechstklässler haben deutlich mehr Spiele auf ihren Handys."

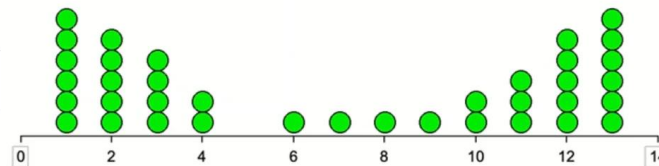
Talias Kommentar: "Zuerst habe ich vier plus fünf gezählt, das ergibt neun. Hier habe ich fünf Personen gezählt, die sechs Spiele haben, und fünf mal sechs berechnet, das ergibt dreißig. Dann habe ich die neun von vorher hinzugefügt, also insgesamt 39. Dann habe ich gezählt und hier habe ich 9, 11 und 12 addiert, das ergibt insgesamt 134 Spiele für die Viertklässler. Für die Sechstklässler habe ich nur 6 mal 13 plus 5 mal 12 gerechnet, und das war bereits mehr als die Viertklässler haben."

Anzahl der Spiele

4. Klässler



6. Klässler



Mustafas Lösung

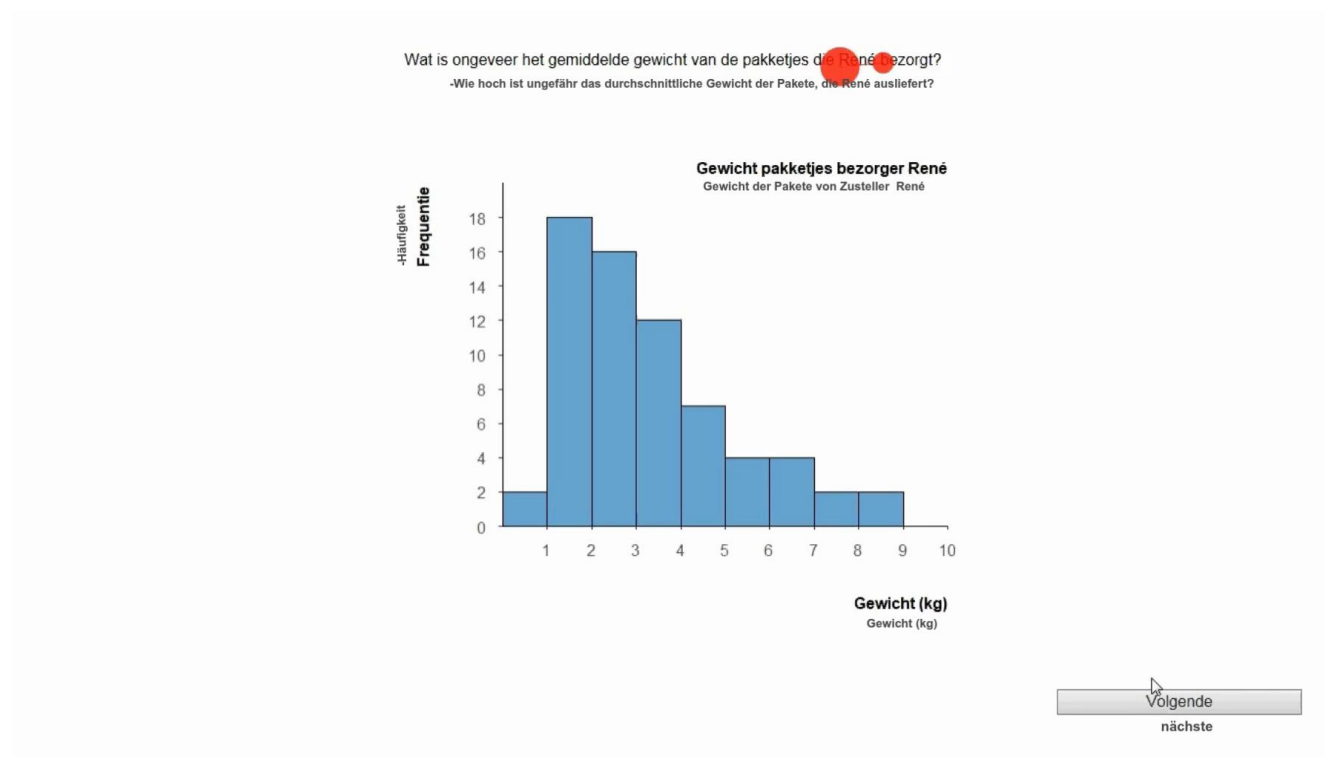


Co-funded by
the European Union

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

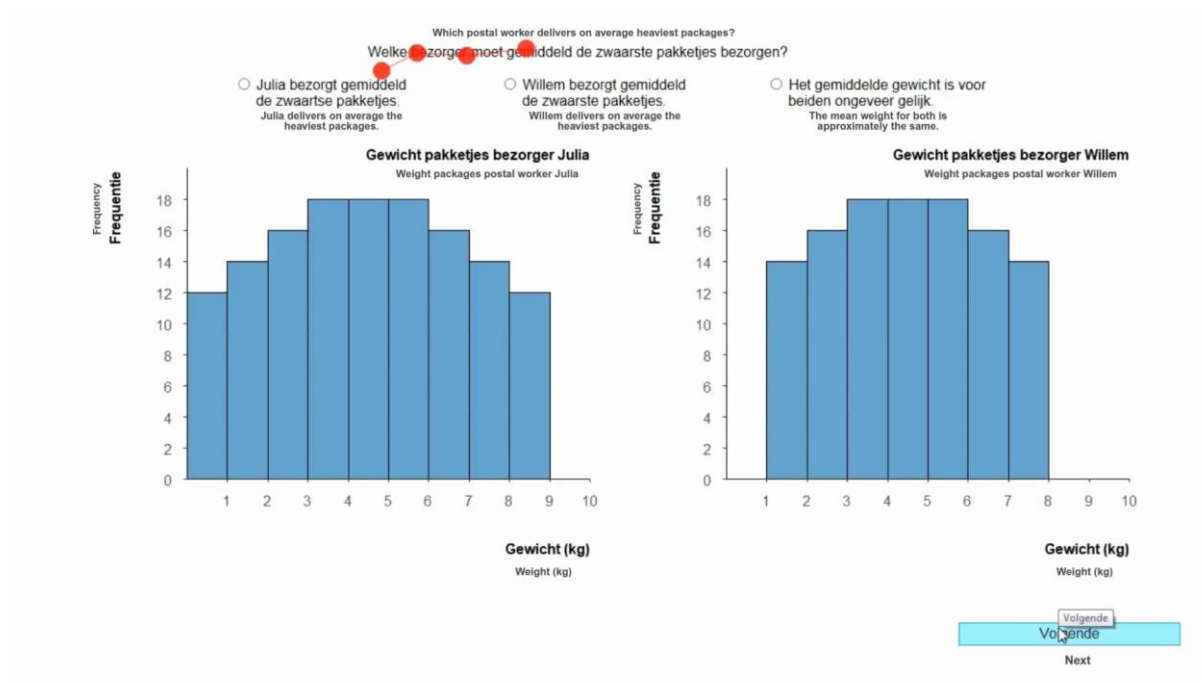
Mustafas Antwort: "Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sieben."

Mustafas Kommentar: "Ich habe alle Häufigkeiten addiert und dann durch neun geteilt. So habe ich eine Zahl erhalten, die ungefähr dem Mittelwert entsprechen sollte."



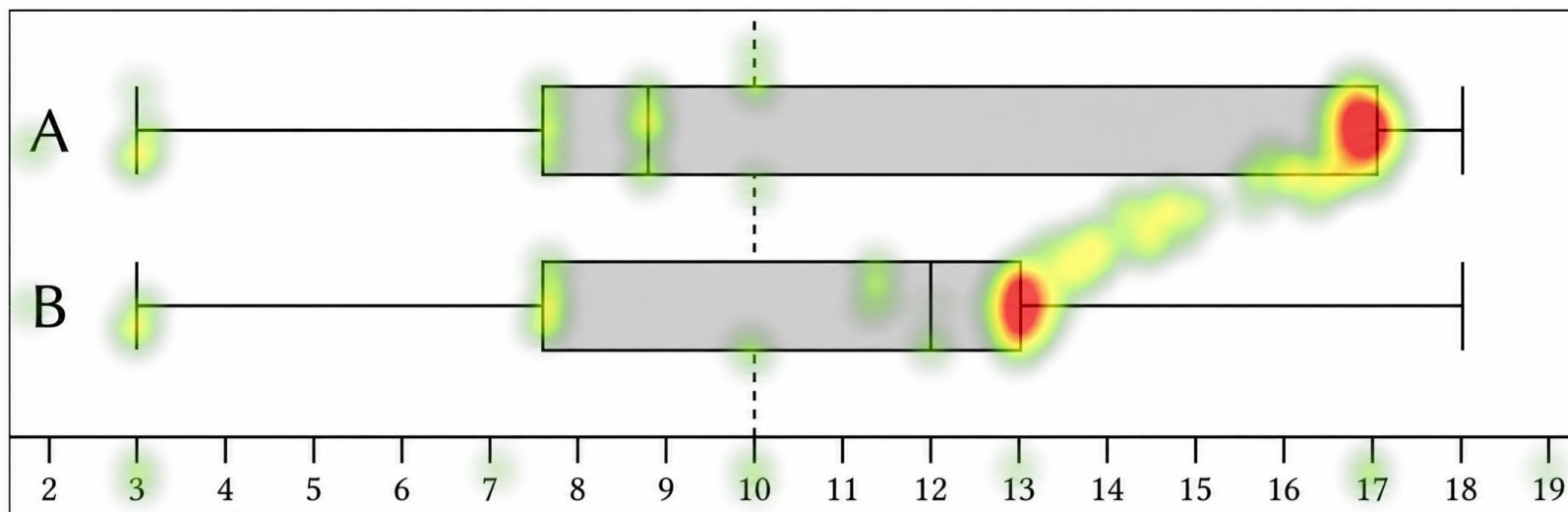
Finns Antwort: „Julia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.“

Finns Kommentar: „Ich habe mir die Säulen angesehen und sie verglichen. Ich habe festgestellt, dass Willem weniger Säulen hat und Julia mehr Säulen über den gesamten Bereich verteilt sind. Da es sich um das Durchschnittsgewicht handelt, dachte ich, dass mehr Säulen, wie in Julias Histogramm, ein höheres Durchschnittsgewicht bedeuten. Auch wenn bei Willem einige Säulen fehlen, dachte ich, dass dies bedeutet, dass in diesen Bereichen nichts vorhanden ist. Daher habe ich Julia ausgewählt, da ich mehr Säulen gesehen habe und davon ausgegangen bin, dass dies das Durchschnittsgewicht erhöht.“



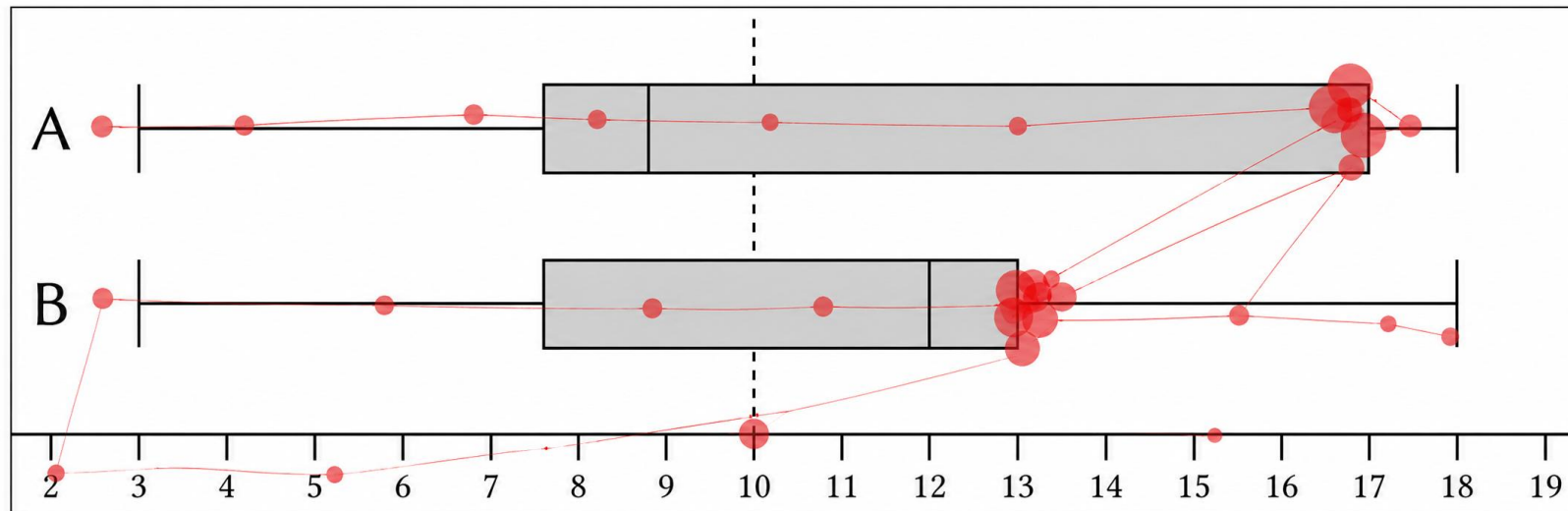
Lindas Antwort: „Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen.“

Lindas Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“



Pauls Antwort: „Für mich ist Schule A eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot A geht klar hervor, dass deutlich mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten zur Schule laufen.“

Pauls Kommentar: „Der Boxplot stellt sozusagen alle Antworten dar. Daher habe ich überprüft, wo sich der größte Teil des Boxplots über der 10-Minuten-Grenze befindet. Dies ist ganz klar bei Boxplot A der Fall. Daher habe ich mich auch für Schule A entschieden.“



Katharinas Lösung



Co-funded by
the European Union

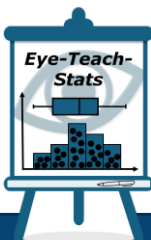
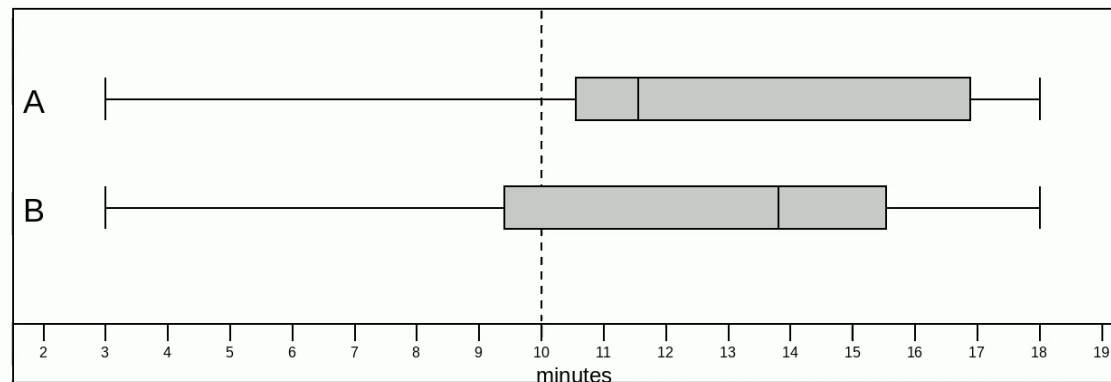
Erasmus+
Enriching lives, opening minds.

Katharinas Antwort: „Für mich ist Schule B eindeutig die richtige Antwort. Aus dem Boxplot B kann man leicht erkennen, dass viel mehr Schüler angegeben haben, dass sie mehr als 10 Minuten benötigen.“

Katharinas Kommentar: „Die Linie in der Mitte der Box ist der Median, also ein Durchschnittswert. Ich habe also hauptsächlich die beiden Mediane verglichen. Man kann deutlich sehen, dass die Kinder von Schule B im Durchschnitt viel länger zur Schule brauchen als die von Schule A. Also habe ich B gewählt.“

One school has a larger number of children with a walk to school longer than 10 minutes.

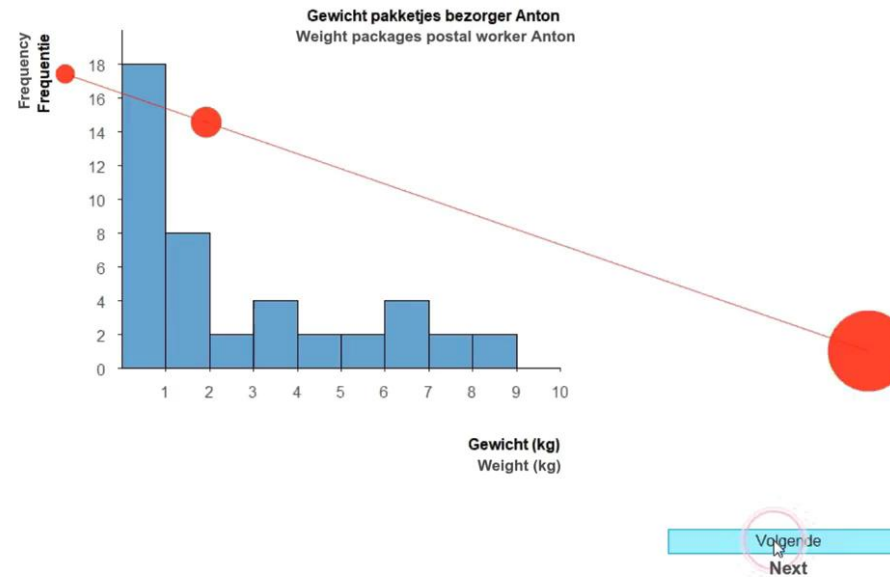
Decide which one.



Fabians Antwort: „Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sechs.“

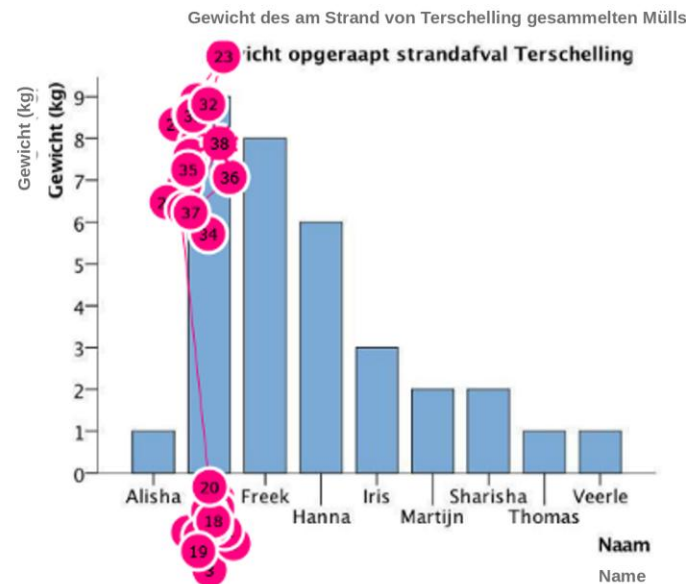
Fabians Kommentar: „Ich habe mir die Werte auf der Achse angeschaut – ich habe vor allem niedrige und einen hohen gesehen, also habe ich geschätzt, dass er irgendwo bei sechs liegt.“

What is approximately the mean weight of the packages Anton delivers?
Wat is ongeveer het gemiddelde gewicht van de pakketjes die Anton bezorgt?



Ellas Antwort: „Das durchschnittliche Gewicht liegt bei neun.“

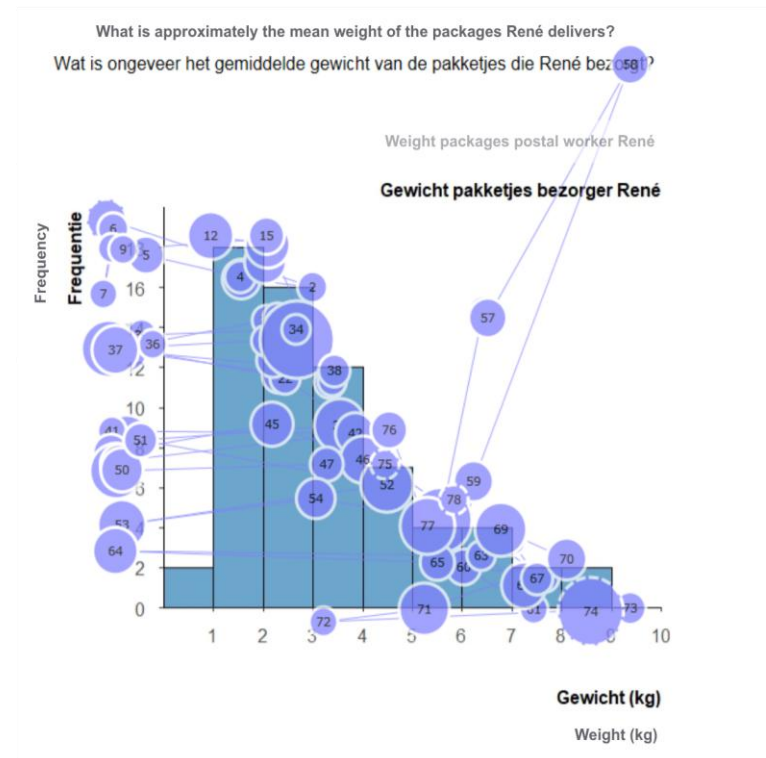
Ellas Kommentar: „Ich habe geschaut, wo das Diagramm ungefähr im Gleichgewicht ist, und das schien ungefähr bei Bram zu sein, also habe ich 9 als Mittelwert genommen.“



Wie hoch ist ungefähr das durchschnittliche Gewicht des Mülls, den eine Person gesammelt hat?

Martijns Antwort: „Das arithmetische Mittel liegt bei etwa sechs.“

Martijns Kommentar: „Ich habe abgelesen, wie viele es bei jeder Säule waren, und die zusammengezählt. Ich habe also mit zwei angefangen, dann achtzehn, dann sechzehn, und habe beim Anschauen der Säulen immer weiter addiert. Dann habe ich durch neun geteilt.“



Erikas Antwort: „Titia stellt im Durchschnitt die schwersten Pakete zu.“

Erikas Kommentar: „Ich wollte das durchschnittliche Gewicht herausfinden, also habe ich mir jede Säule angeschaut. Bei jeder Säule habe ich den Gewichtswert mit der Häufigkeit multipliziert, mit der er vorkam. Dann habe ich alle diese Ergebnisse addiert und durch die Anzahl der Säulen geteilt, weil jede Säule einen Teil der Daten darstellt. Das habe ich für beide Histogramme gemacht und bei Titia ein höheres Ergebnis bekommen, also habe ich Titia gewählt.“

