

Oog voor fouten

Oogbewegingsvignetten als hulpmiddel bij het begrijpen van leerlingenfouten in statistische diagrammen

Hoe komt het dat leerlingen bij statistische diagrammen steeds dezelfde fouten maken? Dit artikel laat zien hoe oogbewegingsvignetten docenten helpen om systematische fouten te herkennen en te duiden. Door antwoorden, uitleg en kijkgedrag samen te bekijken, wordt zichtbaar hoe leerlingen redeneren over verdelingen van de data.

Inleiding

Het interpreteren van statistische diagrammen is een essentieel onderdeel van statistische geletterdheid en is handig bij vrijwel alle onderdelen van de onderzoekscyclus.^[1] Statistische diagrammen vormen daarom een belangrijk onderdeel in de statistische hoofdstukken in de schoolboeken. Van leerlingen wordt verwacht dat zij diagrammen interpreteren met aandacht voor de verdeling van de data, dat ze groepen (dus verdelingen) vergelijken en dat ze redeneren over kenmerken zoals het gemiddelde en de spreiding. Onderzoek laat echter zien dat het interpreteren van statistische diagrammen voor veel leerlingen moeilijk is. Zij maken daarbij regelmatig systematische fouten. Maar niet alleen leerlingen vinden statistiek moeilijk. Vergelijkbare fouten worden ook gemaakt door aanstaande en ervaren docenten en zelfs experts.^{[2], [3], [4]}

Nascholingsmodule 'Eye Teach Stats'

Om docenten te ondersteunen bij het diagnosticeren en interpreteren van systematische fouten bij statistische diagrammen, ontwikkelden wij in het Erasmus+-project *Eye Teach Stats* ^[5] een module voor de lerarenopleiding en nascholing die zich richt op statistische diagrammen in het voortgezet onderwijs: histogrammen, stippendiagrammen, casus-staafdiagrammen en boxplots. Daarbij wordt specifiek gebruikgemaakt van oogbewegingsgegevens om het kijkgedrag van leerlingen inzichtelijk te maken. Hierdoor kunnen docenten zien naar welke delen van de statistische diagrammen een leerling kijkt en hoe dit samenhangt met de gemaakte fouten. De module maakt gebruik van oogbewegingsvignetten die docenten helpen het denken van leerlingen te herkennen en te duiden. Een oogbewegingsvignet laat zien hoe een leerling een taak maakt, wat deze antwoordt en waar hij of zij naar kijkt. Aan de hand van een oogbewegingsvignet over het

vergelijken van gemiddelden in dubbele histogrammen laten we zien hoe antwoorden, uitleg en kijkgedrag van leerlingen samen inzicht geven in terugkerende leerlingenfouten. In het voorbeeld in de volgende sectie wordt zichtbaar hoe dit helpt om leerlingenfouten bij histogrammen beter te begrijpen.

De opbouw van een oogbewegingsvignet omvat de volgende stappen:



figuur 1

Een concretere uitwerking van dit ontwerp wordt gegeven in het doorlopende voorbeeld in de volgende sectie. Omdat de cursusmaterialen zich momenteel in een lopende implementatiefase bevinden, wordt het voorbeeld gepresenteerd als illustratie van de vignetten-aanpak en niet als een volledige weergave van het interventiemateriaal.

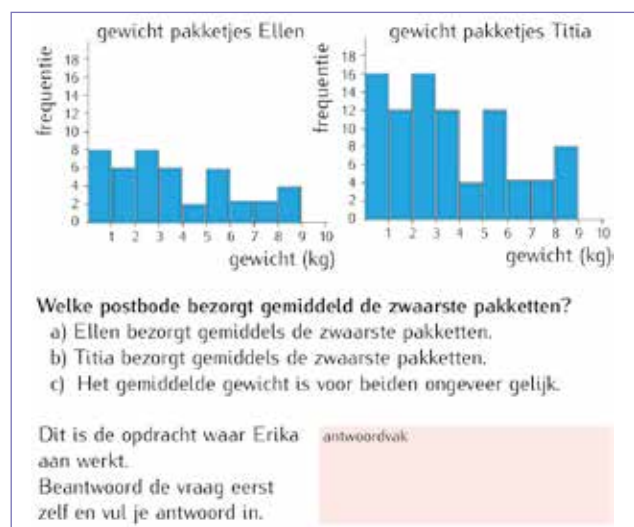
Voorbeeld: vergelijken van gemiddelden in histogrammen

In deze sectie laten we zien hoe een oogbewegingsvignet is ontworpen en ingezet in de module aan de hand van een voorbeeld waarin een leerling het gemiddelde van de data in twee histogrammen vergelijkt. Het vignet is

ontworpen volgens het *Four Component Instructional Design* (het 4C/ID-model).^[6] De vier componenten zijn: leertaken, ondersteunende informatie, procedurele informatie en deeltaakoefeningen.

Context en opgave (leertaak 1)

Elk oogbewegingsvignet begint met een korte beschrijving van de context. In het voorbeeld gaat het om een les in klas 4 van het voortgezet onderwijs over het vergelijken van verdelingen via histogrammen. Een leerling, Erika, had moeite met de taak en gaf een onjuist antwoord. Erika vergeleek de gemiddelde gewichten van pakketten van twee postbezorgers. In de eerste stap van het vignet beantwoorden docenten de vergelijkingsvraag zelf. Hierdoor activeren zij hun eigen statistische kennis en reflecteren zij op wat het betekent om gemiddelden te vergelijken via histogrammen. Deze stap zorgt ervoor dat leraren eerst zelf ervaren wat het vergelijken van histogrammen vraagt. Zij zien zo waar leerlingen bij histogrammen in de knel kunnen komen.



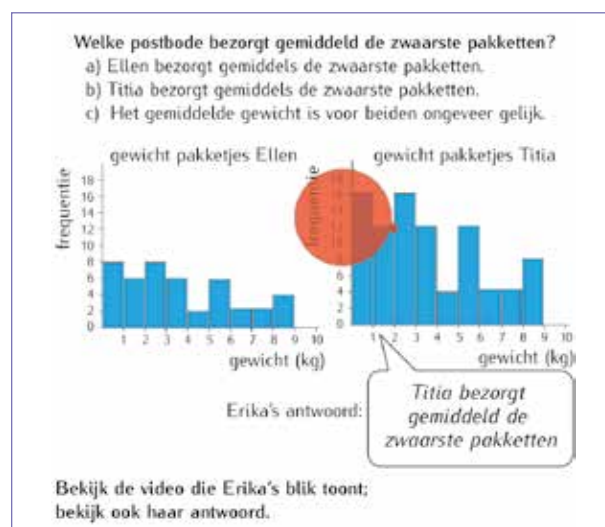
figuur 2 De opdracht

Antwoord en kijkgedrag (leertaak 2)

Na het beantwoorden van de vraag, krijgen docenten Erika's antwoord te zien, samen met haar oogbewegingen tijdens het oplossen van de vraag (hier: een video maar dat kan ook een diagram zijn).

Erika concludeert dat postbezorger Titia gemiddeld de zwaarste pakketten bezorgt. De oogbewegingen laten zien dat zij telkens naar één histogram tegelijk kijkt. In de figuur worden Erika's oogbewegingen weergegeven met stippen en lijnen. De stippen geven fixaties aan (momenten waarop haar blik relatief stabiel blijft); de lijnen laten de oogbewegingen tussen fixaties zien. Grotere stippen betekenen dat haar blik daar langer

stabiel bleef. Haar blik volgt een herhaald patroon met rechte hoeken: van de verticale as naar het bovenste deel van een staaf, vervolgens richting de horizontale as, terug naar de staaf en daarna naar de volgende staaf. Verder valt op dat zij relatief lang naar afzonderlijke staven kijkt.



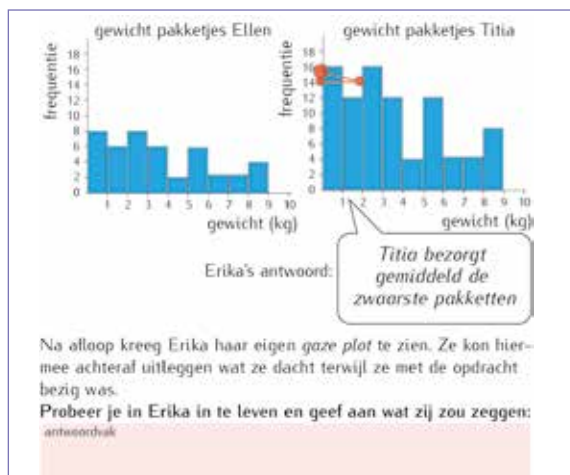
figuur 3 Erika's antwoord en kijkgedrag

Tijdens deze leertaak is zowel ondersteunende informatie als procedurele informatie beschikbaar. De ondersteunende informatie bestaat uit algemene uitleg over histogrammen en het interpreteren van gemiddelden. De procedurele informatie licht toe wat oogbewegingsvideo's zijn. Docenten kunnen deze informatie raadplegen wanneer en zo vaak als zij dat willen. Oogbewegingen geven extra aanwijzingen over hoe een leerling tot een antwoord komt.

Uitleg en redenering (leertaak 3)

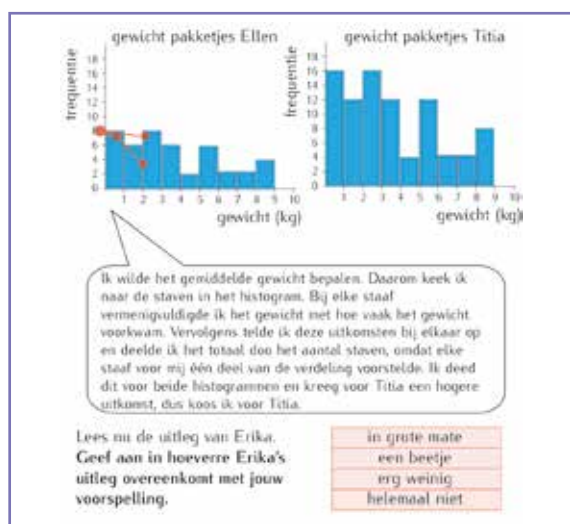
In de daaropvolgende taak wordt de docenten gevraagd zich te verplaatsen in het perspectief van de leerling en aannames te formuleren over hoe de leerling haar antwoord onderbouwd kan hebben. Het innemen van het perspectief van de leerling en het reconstrueren van mogelijke redeneringsprocessen vormt een kernaspect van diagnostische competentie.^[7] Vignetten lenen zich bij uitstek voor deze vorm van perspectiefneming. Docenten proberen zich namelijk op basis van antwoord, kijkgedrag en toelichting te verplaatsen in het perspectief van de leerling. Op deze manier kunnen zij het redeneringsproces en de uitleg van leerlingen objectief analyseren.^[8]

In de volgende stap wordt Erika's uitleg getoond die zij in een interview achteraf heeft gegeven terwijl ze haar oogbewegingen terugzag. Docenten beantwoordden eerst de vraag in hoeverre hun vermoeden overeenkomt



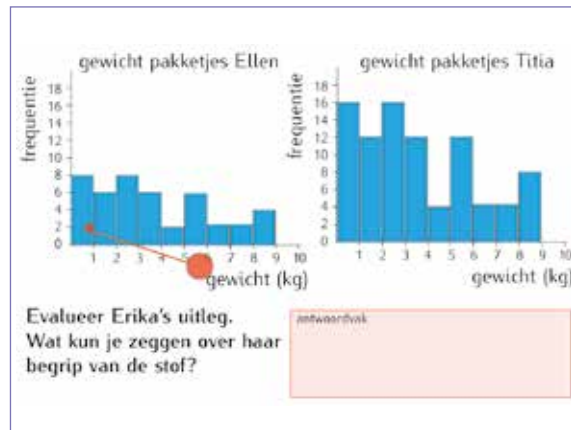
figuur 4 Perspectief innemen van Erika

met Erika's eigen toelichting. Erika legt uit dat zij voor elke staaf de (meet)waarde vermenigvuldigde met de bijbehorende frequentie, deze producten bij elkaar optelde en het resultaat vervolgens deelde door het aantal staven, omdat zij elke staaf beschouwde als één deel van de verdeling. Zij paste deze procedure toe op beide histogrammen en concludeerde daaruit dat Titia gemiddeld de zwaarste pakketten bezorgt.



figuur 5 Erika's uitleg

Vervolgens evalueren de docenten het antwoord van de leerling. Zij beantwoorden daarbij een open vraag waarin zij het redeneringsproces van de leerling beschrijven en interpreteren. In deze fase kunnen zowel sterke als zwakke aspecten van de aanpak worden genoemd. De docent kan, als onderdeel van de diagnose, deze aspecten vervolgens koppelen aan bekende ideeën en fouten van leerlingen.^[7] Het genuanceerd beoordelen van een aanpak van leerlingen vormt een centrale taak voor leraren in de wiskundeles.



figuur 6 Evaluatie van Erika's aanpak

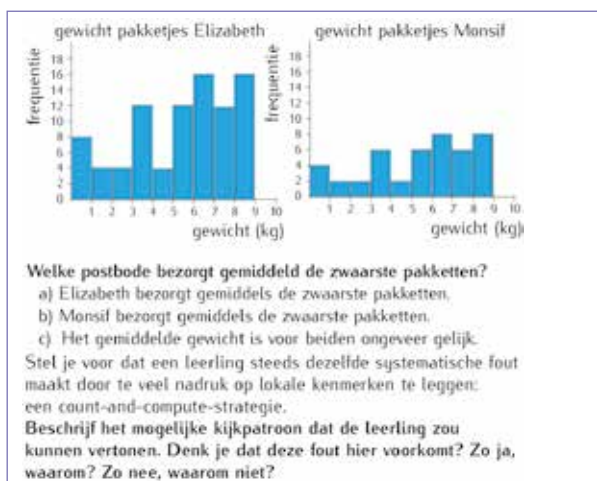
Inzicht in leerlingfouten (leertaak 4)

De volgende leertaak gaat in op de fout die de leerling maakt. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen observeerbaar gedrag – haar antwoord, uitleg en kijkgedrag – en de interpretatie daarvan.

Bij Erika wijst dit gedrag op een systematische fout. Zij let vooral op lokale kenmerken van de verdeling in het histogram en gebruikt een tel-en-berekenstrategie. Erika beschouwt de staven als de belangrijkste eenheden en rekt staaf voor staaf, in plaats van de histogrammen als verdelingen te vergelijken. Deze systematische fout is vermoedelijk het gevolg van moeite met het concept verdeling. In dit geval hoe de verdeling invloed heeft op het bepalen en vergelijken van gemiddelden in histogrammen. Hoewel Erika waarden weegt met frequenties, verbindt zij dit niet met een globaal beeld van de verdeling. Het delen door het aantal staven laat zien dat ze de klassen behandelt alsof het enkele metingen zijn. Haar toelichting maakt duidelijk dat zij verdelingskenmerken negeert die belangrijk zijn voor het vergelijken van gemiddelden via histogrammen, zoals de globale vorm van de verdeling of de horizontale positie van de staven. In deze taak zijn beide gelijk. Alleen de frequenties verschillen, maar wel in dezelfde verhouding. Dit laatste heeft geen invloed waardoor het gemiddelde ongeveer hetzelfde is.

Deeltaakoefeningen

De serie eindigt met deeltaakoefeningen. Over de vignetten heen zijn deze zo opgebouwd dat verschillende aspecten van het diagnosticeren aan bod komen. Deze aspecten zijn bijvoorbeeld het herkennen van een vergelijkbaar kijkpatroon of het beoordelen van een soortgelijke fout in een nieuwe situatie. Zo biedt de serie van vignetten de gelegenheid om verschillende systematische fouten en problemen met onderliggende statistische concepten te leren (her)kennen.



figuur 7

Wat betekent dit voor het statistiekonderwijs?

Werken met oogbewegingsvignetten helpt docenten om beter te begrijpen hoe leerlingen statistische diagrammen interpreteren. Door antwoorden, uitleg en kijkgedrag samen te bekijken, wordt zichtbaar welke systematische fouten leerlingen maken en hoe deze samenhangen met problemen met het werken vanuit de verdeling van de data, het vergelijken van verdelingen en het redeneren over kenmerken zoals het gemiddelde. Dit is relevant voor de lespraktijk, omdat docenten zo concreter kunnen vaststellen waardoor een leerling tot een onjuist antwoord komt. Hierdoor komt het proces dat tot dit antwoord leidde centraal te staan, zodat docenten herkennen welke denkstappen leerlingen zetten en welke patronen daarin terugkeren. Het werken met kijkgedrag maakt daarbij duidelijk dat de manier waarop een leerling naar een diagram kijkt samenhangt met hoe het diagram wordt gebruikt bij het oplossen van een taak. Hoewel oogbewegingsregistratie nu nog niet in de klas kan worden toegepast, kan de docent hierover wel vragen stellen, zoals: waar keek de leerling vooral naar, welke onderdelen van het diagram speelden een rol in het antwoord, en werd de verdeling als geheel meegenomen bij het vergelijken? Het voorbeeld in dit artikel laat zien hoe oogbewegingsvignetten in een (na)scholing docenten kunnen helpen om systematische fouten van leerlingen scherp te krijgen. Door observeerbaar gedrag – antwoorden, uitleg en kijkgedrag – naast elkaar te leggen, wordt zichtbaar hoe leerlingen te werk gaan bij het vergelijken van histogrammen en waar dat botst met wat het diagram laat zien over de verdeling en het gemiddelde. Door de systematische fouten te koppelen aan achterliggende problemen met statistische concepten zoals verdeling, spreiding en centrum wordt ook duidelijk aan welke statistische concepten in de les nog meer aandacht moet worden besteed.

Voor een complete notenlijst:



Noten

- [1] Arnold, P. (2022). *Statistical Investigations*. Nzcer Press.
- [2] Abt, M., Loibl, K., Leuders, T., Van Dooren, W., & Reinhold, F. (2025). Understanding student errors in comparing data sets with boxplots. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10387-z>
- [3] Boels, L., Bakker, A., Van Dooren, W., & Drijvers, P. (2025). Secondary school students' strategies when interpreting histograms and case-value plots: An eye-tracking study. *Educational Studies in Mathematics*, 118(3), 479–503. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10351-3>
- [4] Schreiter, S., & Vogel, M. (2024). Students' local vs. global views of data distributions: A cross-grade-level analysis using eye-tracking. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10352-2>
- [5] zie: <https://eye-teach-stats.eu/>
- [6] van Merriënboer, J. J. G., Kirschner, P. A., & Frèrejean, J. (2024). *Ten steps to complex learning: A systematic approach to four-component instructional design*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003322481>
- [7] Philipp, K. (2018). Diagnostic competences of mathematics teachers with a view to processes and knowledge resources. In T. Leuders, K. Philipp, & J. Leuders (Eds.), *Diagnostic competence of mathematics teachers* (Vol. 11). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_6
- [8] Friesen, M. E., & Feige, E.-M. (2020). Konstruktion und Einsatz von Vignetten und Concept Cartoons in der Lehrerbildung. In M. E. Friesen, J. Benz, T. Billion-Kramer, C. Heuer, H. Lohse-Bossenz, M. Resch, & J. Rutsch (Hrsg.), *Vignettenbasiertes Lernen in der Lehrerbildung: Fachdidaktische und pädagogische Perspektiven* (1. Aufl., pp. 28–52). Beltz Juventa.

Over de auteurs

Vuslat Şeker is postdoctoraal onderzoeker, Lonneke Boels is lector en Anita N. Alexander is senior onderzoeker bij het lectoraat Wiskundig en Analytisch Vermogen van Professionals aan de Hogeschool Utrecht.
 E-mailadres: vuslat.seker@hu.nl